

## КЭД ПРОЦЕССЫ В СИЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ

# Расчет и анализ сигнала поляризации вакуума в трехпучковой схеме

А.В.Березин, А.М.Федотов

*Разработан эффективный метод расчета числа и характеристик фотонов, излучаемых вакуумом, поляризованным перекрывающимися фокусированными лазерными импульсами. Исследована и оптимизирована зависимость сигнала от фокусировки и поляризации импульсов и обоснована возможность его детектирования на мультитераваттной установке XCELS.*

**Ключевые слова:** поляризация вакуума, трехпучковая схема, мультитераваттные лазерные импульсы.

## 1. Введение

Согласно существующим теоретическим представлениям сильные поля меняют свойства вакуумных квантовых флуктуаций. Этот эффект называется поляризацией вакуума и может быть описан нелинейными радиационными поправками к уравнениям Максвелла. В полях, меняющихся слабо на комптоновской длине и медленно на комптоновских временах, а также слабых по сравнению с критическим полем  $E_c = m^2 c^3 / (e \hbar) = 1.36 \times 10^{16}$  В/см (где  $m$  и  $e$  – масса и абсолютная величина заряда электрона,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка,  $c$  – скорость света), действие электромагнитного поля с учетом радиационных поправок имеет вид [1]

$$S = \int d^4x \left( \frac{F}{4\pi} + \frac{\alpha}{360\pi^2 E_c^2} \times (4F^2 + 7G^2) + \dots \right), \quad (1)$$

где  $F = (E^2 - H^2)/2$  и  $G = \mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$  – инварианты электромагнитного поля;  $\alpha = e^2 / (\hbar c)$  – постоянная тонкой структуры. Пренебрежение слагаемыми с высшими степенями  $E/E_c$  и  $H/E_c$  законно, поскольку в рассматриваемом нами случае эти отношения имеют порядок на уровне  $10^{-3}$ .

Главные радиационные поправки к действию поля приведены для квантовой электродинамики (КЭД) и описывают четырехволновое взаимодействие, совместимое с принципом относительности. На квантовом языке оно соответствует упругому фотон-фотонному рассеянию. Существенные отклонения коэффициентов от приведенных в формуле (1) (превышающие погрешности, обусловленные учетом только электронных петель, а также наличием поправок высших порядков и поправок к приближению локально-постоянного поля) могут указывать на новую физику, в частности на вклад аксиоподобных компонентов темной материи.

Поляризованный вакуум может проявлять широкий спектр нелинейно-оптических свойств, характерных для

анизотропных материальных сред [2–4]: генерацию гармоник, само- и взаимную (де)фокусировку, двойное лучепреломление и т.п. Однако, согласно (1), его отклик на шестнадцать порядков слабее, чем для типичных кристаллов, и, соответственно, требует существенно более сильных полей, которые могут создаваться лишь вблизи тяжелых ядер, замагниченных компактных астрофизических объектов (пульсаров, магнетаров), а также в фокусе сверхмощных лазерных импульсов.

Тем не менее один из таких эффектов, дельбрюксовское рассеяние, уже довольно давно и детально изучен экспериментально [5]. Попытки прецизионного измерения двойного лучепреломления вакуума в магнитном поле мощного сверхпроводящего соленоида уже предпринимались, хотя пока и безуспешные [6], однако косвенное указание на наблюдение этого эффекта все же недавно было получено при измерениях поляризации излучения изолированной нейтронной звезды RX J1856.5-3754 [7]. Вклад упругого рассеяния виртуальных (хотя и с достаточно малой виртуальностью) гамма-квантов изучался в экспериментах по столкновениям тяжелых ионов на коллайдерах Large Hadron Collider (LHC) [8, 9] и Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) [10].

Непосредственную и наиболее прямую демонстрацию фотон-фотонного рассеяния и других эффектов поляризации вакуума естественно проводить на мультитераваттных лазерных установках. В частности, эксперименты по наблюдению двойного лучепреломления при столкновении рентгеновских (x-ray free electron laser, XFEL) и оптических лазерных импульсов в вакууме запланированы на строящейся установке Station of Extreme Light (SEL, KHP) [11].

## 2. Схема эксперимента

В настоящей работе анализируется принципиальная возможность детектирования упругого фотон-фотонного рассеяния  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  в трехпучковой схеме [12–19] в рамках российского проекта Exawatt Center for Extreme Light Studies (XCELS) [20–22] (реализуемость такой схемы при параметрах SEL ранее уже обсуждалась в работе [16]).

В трехпучковой схеме три лазерных импульса становятся когерентно в вакуумной камере (рис.1). При

А.В.Березин, А.М.Федотов. Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: arsenbrs@mail.ru, am\_fedotov@mail.ru

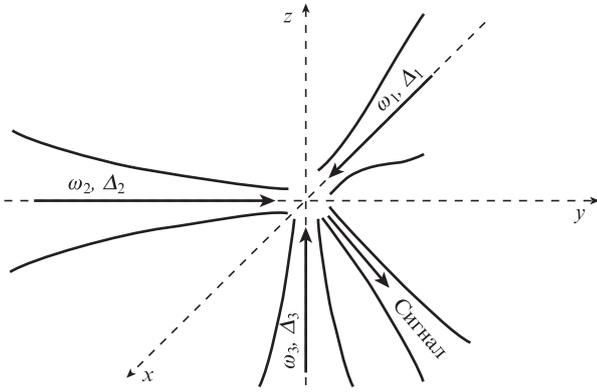


Рис.1. Трехпучковая схема детектирования эффекта поляризации вакуума [12 – 17].

этом фотоны из разных импульсов попарно рассеиваются друг на друге так, что один из рассеянных фотонов попадает в третий импульс, а другой (сигнальный) может детектироваться высокочувствительным ПЗС-детектором. Такое рассеяние носит характер вынужденного [12, 23], это усиливает эффект настолько, что уже при (мульти)петаваттном уровне мощности сталкивающихся импульсов излучается заметное число сигнальных фотонов за выстрел. По сравнению со схемой детектирования двойного лучепреломления и применительно к XCELS трехпучковая схема не требует ни прецизионной рентгеновской поляриметрии, ни даже конверсии оптических импульсов в рентгеновский диапазон, оставаясь полностью оптической (all-optical). В то же время реализация полностью оптической многопучковой схемы на XCELS естественна, поскольку в этом проекте изначально предполагается генерировать импульсы когерентно в двадцати каналах.

Геометрия столкновения импульсов и их параметры подбираются так, чтобы помимо максимизации сигнала обеспечить также и его четкое отделение от исходных мультипетаваттных импульсов по направлению и частоте. На данный момент наиболее детально исследована конфигурация, в которой все три импульса –  $L_1$ ,  $L_2$  и  $L_3$  – сталкиваются перпендикулярно друг другу, причем несущая частота двух из них (для определенности это  $L_1$  и  $L_2$ ) является второй гармоникой несущей частоты  $\omega_0$  третьего импульса ( $L_3$ ) [12 – 17] (альтернативный, более сложный выбор частот предлагался в [18, 19]). В предположении, что сталкивающиеся импульсы распространяются вдоль координатных осей, их центральные волновые 4-векторы имеют вид

$$\begin{aligned} k_1^\mu &= \omega_1(1, \mathbf{e}_x)/c, \quad k_2^\mu = \omega_2(1, \mathbf{e}_y)/c, \quad k_3^\mu = \omega_3(1, \mathbf{e}_z)/c, \\ \omega_1 &= \omega_2 = 2\omega_3 \equiv 2\omega_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Частота  $\omega_s$  и направление  $\mathbf{n}_s$  излучения сигнальных фотонов  $\gamma$  определяются законами сохранения энергии и импульса в процессе рассеяния, которые в итоге выделяют (с точностью до тривиальных перестановок) 10 разрешенных каналов рассеяния:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \gamma_1\gamma_2 &\rightarrow \gamma_1'\gamma_2', & \text{(II)} \quad \gamma_1\gamma_2 &\rightarrow \gamma_1'\gamma_2, & \text{(III)} \quad \gamma_1\gamma_2 &\rightarrow \gamma_2'\gamma_2, & \text{(IV)} \quad \gamma_1\gamma_2 &\rightarrow \gamma_3'\gamma_2, \\ \text{(V)} \quad \gamma_1\gamma_3 &\rightarrow \gamma_1'\gamma_3, & \text{(VI)} \quad \gamma_1\gamma_3 &\rightarrow \gamma_3'\gamma_3, & \text{(VII)} \quad \gamma_2\gamma_2 &\rightarrow \gamma_2'\gamma_2, & \text{(VIII)} \quad \gamma_2\gamma_3 &\rightarrow \gamma_2'\gamma_2, \\ & & \text{(IX)} \quad \gamma_2\gamma_3 &\rightarrow \gamma_3'\gamma_2, & & & \text{(X)} \quad \gamma_3\gamma_3 &\rightarrow \gamma_3'\gamma_3, \end{aligned} \quad (3)$$

где нижний индекс нумерует импульс, к которому относится соответствующий лазерный фотон, и различные лазерные фотоны помечены разным количеством штрихов. Сигнальные фотоны во всех каналах рассеяния, в которых взаимодействуют фотоны только из одного [23] или двух [16] импульсов, плохо отделены от них по частоте и направлению, и поэтому такие фотоны сложно детектировать (в первом случае сигнал также целиком обусловлен фокусировкой импульса, в связи с чем дополнительно подавлен по величине). Остается единственный канал (IV)  $\gamma_1\gamma_2 \rightarrow \gamma_3'\gamma_2$ , для которого в пренебрежении фокусировкой и конечностью длительности импульсов из закона сохранения

$$k_1^\mu + k_2^\mu = k_3^\mu + k_s^\mu \quad (4)$$

находим  $k_s^\mu = \omega_s(1, \mathbf{n}_s)/c$ , где  $\omega_s = 3\omega_0$  и  $\mathbf{n}_s = (2/3, 2/3, -1/3)$ . Таким образом, в этом канале сигнал хорошо отделен от сталкивающихся импульсов как по направлению, так и по частоте. Для его детектирования на стенке вакуумной камеры в направлении  $\mathbf{n}_s$  от области перекрытия импульсов следует установить ПЗС-детектор достаточного размера, настроенный на детектирование третьей гармоники.

В настоящей работе мы ограничимся анализом описанной схемы, однако отметим, что разработанные нами методы позволяют в дальнейшем ее модифицировать и оптимизировать, в частности, пользуясь доступностью на XCELS более чем трех когерентных каналов.

### 3. Моделирование эксперимента

Предполагается, что лазерные импульсы  $\{L_i\}$  сталкиваются когерентно, так что электрическое и магнитное поля в области их перекрытия представляют собой когерентную суперпозицию полей каждого из них,

$$\mathbf{E} = \sum_{l=1}^3 \mathbf{E}^{L_l}(t, \mathbf{r}), \quad \mathbf{H} = \sum_{l=1}^3 \mathbf{H}^{L_l}(t, \mathbf{r}). \quad (5)$$

Как следует из (1), при этом генерируются вакуумные источники (заряды и токи)

$$\rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}, \quad \mathbf{j} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} - \operatorname{rot} \mathbf{M}, \quad (6)$$

где поляризация  $\mathbf{P}$  и намагничность  $\mathbf{M}$  вакуума в том же приближении, что и (1), определяются выражениями

$$\mathbf{P} = \frac{\alpha}{180\pi^2 E_c^2} \times (4\mathbf{F}\mathbf{E} + 7\mathbf{G}\mathbf{H}), \quad (7)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\alpha}{180\pi^2 E_c^2} \times (4\mathbf{F}\mathbf{H} - 7\mathbf{G}\mathbf{E}).$$

Следуя [23 – 26], в рассматриваемом случае вынужденного рассеяния среднее число сигнальных фотонов, излучаемых в телесный угол  $d\Omega_n$  в узком интервале частот ( $\omega'$ ,  $\omega' + d\omega'$ ), можно найти путем деления на энергию фотона  $\hbar\omega'$  излученной источниками (6) в этом спектральном интервале энергии, вычисленной согласно классической

электродинамике [27]. Отсюда для среднего полного числа излучаемых сигнальных фотонов имеем

$$N = \int \frac{d\Omega_n}{4\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\omega'^3 d\omega'}{\pi\hbar c^3} \left| \int d^4x (\mathbf{n} \times \mathbf{P} + \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{M})) e^{ikx} \right|^2. \quad (8)$$

Здесь и далее используется краткая запись скалярного произведения в пространстве Минковского:

$$kx \equiv k_\mu x^\mu = \omega'(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}/c). \quad (9)$$

Подынтегральное выражение в (8) определяет ожидаемые спектр и угловое распределение сигнала. При этом поскольку сигнальные фотоны излучаются в когерентном состоянии, то неопределенность их числа  $\Delta N \cong \sqrt{N}$ .

Формула (8) является основной расчетной формулой в настоящей работе. Внутренний (пространственно-временной) интеграл в ней является четырехкратным в бесконечных пределах, а в интересующем нас случае умеренной фокусировки и большей, по сравнению с периодом, длительностью импульсов – также и с быстроосциллирующим подынтегральным выражением. В связи с этим его непосредственный многократный численный расчет стандартными методами (при различных значениях параметров) слишком затратен как по требуемым вычислительным ресурсам, так и по времени счета. Однако изложенный далее метод позволяет не только обойти эту трудность, значительно упрощая и оптимизируя вычисления, но и вывести приближенную аналитическую формулу, применимую в широкой области параметров.

Поле  $l$ -го импульса, распространяющегося в направлении  $\mathbf{n}_l$ , можно представить в виде

$$\mathbf{E}^{L_l} = \text{Re}(\mathbf{E}_s^{L_l} e^{-ik_l x}), \quad \mathbf{H}^{L_l} = \text{Re}(\mathbf{H}_s^{L_l} e^{-ik_l x}), \quad k_l^\mu \equiv \omega_l(1, \mathbf{n}_l)/c, \quad (10)$$

где  $\omega_l$  – несущая частота импульса, а  $\mathbf{E}_s^{L_l}(t, \mathbf{r})$ ,  $\mathbf{H}_s^{L_l}(t, \mathbf{r})$  – медленно изменяющиеся по сравнению с осциллирующим множителем комплексные векторные амплитуды. Далее для простоты каждый из импульсов считаем гауссовым [28, 29], тогда для импульса, распространяющегося вдоль оси  $z$  ( $\mathbf{n}_l = \mathbf{e}_z$ ) и проходящего центр фокуса в начале координат при  $t = 0$ , проекции комплексных векторных амплитуд  $\tilde{\mathbf{E}}_s^{L_l}(t, \mathbf{r})$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}_s^{L_l}(t, \mathbf{r})$  на координатные оси имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{s,x}^{L_l} &= \tilde{H}_{s,y}^{L_l} = \tilde{\varepsilon}_{x,l} A_l e^{i\phi_{0,l}}, \quad \tilde{E}_{s,y}^{L_l} = -\tilde{H}_{s,x}^{L_l} = \tilde{\varepsilon}_{y,l} A_l e^{i\phi_{0,l}}, \\ \tilde{E}_{s,z}^{L_l} &= \tilde{H}_{s,z}^{L_l} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_l = (\cos \theta_l, e^{i\delta_l} \sin \theta_l, 0)$  – нормированный комплексный вектор поляризации (параметры  $\theta_l$  и  $\delta_l$  связаны с эллиптичностью, представленной в виде  $\tan \chi_l$ , и углом ориентации эллипса поляризации  $\psi_l$  следующими соотношениями:  $\sin 2\chi_l = |\sin 2\theta_l \sin \delta_l|$ ,  $\tan 2\psi_l = \tan 2\theta_l \cos \delta_l$  [30]; при этом значение  $\delta_l = 0$  отвечает линейной поляризации под углом  $\theta_l$ );  $\phi_{0,l}$  – смещение фазы несущей относительно огибающей (carrier-envelope phase);

$$A_l = \frac{iA_{0,l}}{\kappa_l^2} \exp\left(-\varphi_l^2 - \frac{\varphi_{\perp,l}^2}{\kappa_l}\right), \quad \kappa_l = 1 + i\varphi_{z,l}, \quad (12)$$

$$\varphi_l = a_l \omega_l (z/c - t), \quad \varphi_{\perp,l} = \Delta_l \omega_l \sqrt{x^2 + y^2}/c, \quad \varphi_{z,l} = 2\Delta_l^2 \omega_l z/c.$$

В формулах (12) множитель  $A_{0,l}$  определяется пиковой мощностью импульса  $P_l$ , а безразмерные малые параметры  $a_l \ll 1$  и  $\Delta_l \ll 1$  характеризуют длительность  $\tau_l$  импульса и его ширину  $w_l$  в фокальной плоскости в сравнении с длиной волны  $\lambda_l = 2\pi c/\omega_l$ :

$$A_{0,l} = \frac{4}{w_l} \sqrt{\frac{P_l}{c}}, \quad a_l = \frac{\lambda_l}{2\sqrt{2}\pi c \tau_l}, \quad \Delta_l = \frac{\lambda_l}{2\sqrt{2}\pi w_l}. \quad (13)$$

В рассматриваемой конфигурации, в которой импульсы  $L_1$  и  $L_2$  распространяются вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно (рис. 1), окончательные выражения для их амплитуд строятся путем соответствующих сдвига и поворота:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s^{L_l}(t, \mathbf{r}) &= M_l \tilde{\mathbf{E}}_s^{L_l}(t - t_l, M_l^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l)), \\ \mathbf{H}_s^{L_l}(t, \mathbf{r}) &= M_l \tilde{\mathbf{H}}_s^{L_l}(t - t_l, M_l^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l)), \end{aligned} \quad (14)$$

где матрицы поворотов  $M_1 = (\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x)$ ,  $M_2 = (\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$  составлены из столбцов базисных ортов и  $M_3 = I$  – единичная матрица. В настоящей работе для простоты рассматривается только случай точного совмещения импульсов, так что временной и пространственный сдвиги отсутствуют ( $t_l = 0$ ,  $\mathbf{r}_l = 0$ ).

Подставляя (10) и (5) в (7), компоненты входящих в (8) векторов  $\mathbf{P} e^{ikx}$  и  $\mathbf{M} e^{ikx}$  можно представить в виде суммы монохроматических гармоник вида

$$G_{123} \equiv \frac{\alpha C_{123}(\{\boldsymbol{\varepsilon}_l\})}{180\pi^2 E_c^2} (A_1 e^{-ik_1 x}) \times (A_2 e^{-ik_2 x}) \times (A_3 e^{-ik_3 x})^* e^{ikx}, \quad (15)$$

отвечающих различным каналам рассеяния (3), где  $C_{123}$  – коэффициент, зависящий только от поляризаций импульсов. Заметим, что при подстановке в формулу (8) зависимость от смещений фаз несущих выпадает. Это связано с тем, что рассматриваемый эффект в действительности носит некогерентный характер и сводится к независимым рассеяниям отдельных фотонов. Как уже обсуждалось, в данной работе мы интересуемся только конкретной гармоникой (15), отвечающей каналу (IV),  $\gamma_1 \gamma_2 \rightarrow \gamma_3 \gamma$ , поскольку сигнал в остальных каналах рассеяния (3) плохо отделен от лазерных импульсов.

Оценим вклад гармоник (15) в интеграл (8) в приближении бесконечной длины Рэля (БДР, infinite Rayleigh-length approximation, IRLA) [16]. Это приближение состоит в том, что при достаточно слабой фокусировке импульсов ( $\Delta_l \ll 1$ ) в области перекрытия имеем  $\varphi_{z,l} \ll 1$ , так что в пространственно-временном интеграле в формуле (8) можно принять  $\kappa_l \approx 1$ , после чего он сводится к гауссовому и берется аналитически:

$$\int d^4x G_{123} |_{\text{IRLA}} = -\frac{i\alpha C_{123}}{45E_c^2} \times \frac{A_{0,1} A_{0,2} A_{0,3}}{\sqrt{\det M}} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}\right), \quad (16)$$

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \tau_1^{-2} + \tau_2^{-2} + \tau_3^{-2} & -\tau_1^{-2} & -\tau_2^{-2} & -\tau_3^{-2} \\ -\tau_1^{-2} & \tau_1^{-2} + \frac{c^2}{w_2^2} + \frac{c^2}{w_3^2} & 0 & 0 \\ -\tau_2^{-2} & 0 & \tau_2^{-2} + \frac{c^2}{w_1^2} + \frac{c^2}{w_3^2} & 0 \\ -\tau_3^{-2} & 0 & 0 & \tau_3^{-2} + \frac{c^2}{w_1^2} + \frac{c^2}{w_2^2} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{B}^T = (\omega' - \omega_1 - \omega_2 + \omega_3, \omega_1 - \omega'_n, \omega_2 - \omega'_n, \omega_3 - \omega'_n)^T. \quad (18)$$

Экспонента в (16) имеет максимум при  $\omega' = \omega_s$ ,  $\mathbf{n} = \mathbf{n}_s$ , что соответствует полному сокращению фаз быстроосциллирующих множителей в (15), т. е. выполнению закона сохранения (4), причем этот максимум тем острее, чем меньше параметры  $a_l$  и  $\Delta_l$ . Интегрирование по состояниям сигнального фотона в формуле (8) можно также выполнить аналитически методом перевала. В результате для среднего полного числа сигнальных фотонов получаем

$$N_s = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \left( \frac{8\alpha}{45} \right)^2 |C(\{\varepsilon_l\})|^2 \times R(\{a_l\}, \{\Delta_l\}) \frac{\omega_0^2 P_1 P_2 P_3}{\hbar c^6 E_c^4}, \quad (19)$$

где множитель

$$\begin{aligned} |C|^2 = & \frac{1}{1152} \{1251 + 913 \cos(2\theta_1) \cos(2\theta_2) \\ & + 682 [\cos(2\theta_1) + \cos(2\theta_2)] \cos(2\theta_3) \\ & + (1009 \sin \delta_1 \sin \delta_2 - 671 \cos \delta_1 \cos \delta_2) \sin(2\theta_1) \sin(2\theta_2) \\ & + 806 [\sin \delta_1 \sin(2\theta_1) + \sin \delta_2 \sin(2\theta_2)] \sin \delta_3 \sin(2\theta_3) \\ & + 286 [\cos \delta_1 \sin(2\theta_1) + \cos \delta_2 \sin(2\theta_2)] \cos \delta_3 \sin(2\theta_3)\} \quad (20) \end{aligned}$$

содержит всю зависимость от поляризаций импульсов, а

$$\begin{aligned} R = & \frac{16\Delta_1^2 \Delta_2^2 \Delta_3^2}{\sqrt{R}}, \quad R = \frac{4}{27} (5\Delta_1^2 + 5\Delta_2^2 + 2\Delta_3^2 + a_{12}^2 + 4a_3^2) \\ & \times \{4\Delta_1^4 (4a_1^2 a_{23}^2 + a_{123}^2 \Delta_3^2) + a_3^2 [a_2^2 \Delta_{23}^2 (8a_1^2 + \Delta_{23}^2) + a_1^2 \Delta_3^4] \\ & + 4\Delta_2^4 [a_3^2 \Delta_3^2 + 4a_2^2 (4a_1^2 + \Delta_3^2)] + \Delta_2^2 [16a_{123}^2 \Delta_1^4 + \Delta_3^2 (4a_2^2 + a_3^2) \\ & \times (8a_1^2 + \Delta_3^2) + 4\Delta_{23}^2 (4a_{12}^2 \Delta_1^2 + a_1^2 \Delta_3^2)] \\ & + \Delta_1^2 (32a_1^2 a_2^2 a_3^2 + a_3^2 \Delta_{23}^4 + 4\Delta_{23}^2 [8a_1^2 a_2^2 + a_{12}^2 (2a_3^2 + \Delta_3^2)])\} \quad (21) \end{aligned}$$

– всю зависимость от их длительностей и параметров фокусировки и введены обозначения

$$\begin{aligned} \Delta_{23}^2 = & 4\Delta_2^2 + \Delta_3^2, \quad a_{12}^2 = a_1^2 + a_2^2, \\ a_{23}^2 = & 4a_2^2 + a_3^2, \quad a_{123}^2 = 4a_1^2 + 4a_2^2 + a_3^2. \quad (22) \end{aligned}$$

Альтернативой к приближенному аналитическому вычислению интеграла по состояниям сигнального фотона в формуле (8) является численный расчет, который позволяет не только оценить точность полученных аналитических выражений и границы их применимости, но и при необходимости в дальнейшем обобщить полученные результаты на случай негауссовых импульсов. Численный расчет существенно упрощается, если, как и ранее, рассматривать вклад единственного канала рассеяния и ин-

тегрировать только по окрестности максимума, определяемого законом сохранения. Для этого случая нами был разработан эффективный код на языке C++ с применением библиотеки AiWlib [31], позволяющий проводить расчеты сигнала при произвольных значениях параметров на персональном компьютере.

#### 4. Результаты моделирования

Дальнейшие расчеты проводились с целью реализации предлагаемого эксперимента на установке XCELS. Согласно текущим спецификациям проекта [21, 22] разрабатываемая лазерная установка должна иметь двенадцать выходных каналов, в которых будут когерентно генерироваться линейно поляризованные ( $\delta_l = 0$ ) оптические импульсы, каждый мощностью  $P_l = 15$  ПВт и длительностью  $\tau_l = 25$  фс на длине волны  $\lambda_0 = 910$  нм. Предлагаемый эксперимент задействует три импульса, однако частоты несущих двух из них необходимо предельно удвоить (потерями мощности и уширением огибающей при такой конверсии [32] мы пренебрегаем), после чего их длины волн станут:  $\lambda_1 = \lambda_2 = 455$  нм,  $\lambda_3 = 910$  нм, при этом  $a_1 = a_2 = 6.83 \times 10^{-3}$  и  $a_3 = a = 1.37 \times 10^{-2}$ . Фокусировка и направления поляризации импульсов определяются используемой частью оптической системы и допускают оптимизацию на стороне пользователя. Как показано далее, оптимум достигается, когда фокальные ширины всех импульсов примерно одинаковы и при этом импульс  $L_3$  сфокусирован максимально жестко (до дифракционного предела), а  $\theta_l = 0$ . В таком случае  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0.05$  и  $\Delta_3 = 0.1$ , что соответствует  $w_l = 1.02$  мкм.

Для удобства практического использования формулу (19) можно переписать в виде

$$N_s = 2.84 \times |C|^2 R \left( \frac{1 \text{ мкм}^2}{\lambda_3^2} \right) \left( \frac{P_1 P_2 P_3}{1 \text{ ПВт}^3} \right). \quad (23)$$

Напомним, что при ее выводе были использованы приближение БДР и приближенная оценка интеграла методом перевала. Для оценки точности этих приближений и границ применимости формул (19) и (23) сравним рассчитанную по ним зависимость сигнала  $N_s$  от параметра  $\Delta = \Delta_3$  с результатами численного расчета при совпадающих ширинах фокусировки импульсов ( $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta/2$ ). Отметим, что в этом частном случае выражение для множителя (21) приводится к более компактному виду

$$R_{\text{eq}} = \frac{\Delta^5}{a \sqrt{a^2 + \Delta^2} (a^2 + 2\Delta^2)}, \quad (24)$$

удобному для быстрых прикидок величины эффекта. С целью анализа точности каждого из приближений по отдельности численный расчет проводился дважды, исходя из гауссовых импульсов и с использованием приближения БДР. Результаты сравнения представлены на рис.2.

При интерпретации результатов следует иметь в виду, что наша исходная модель слабофокусированного гауссова импульса (12), в частности, пренебрегается продольными полями, сама применима только при достаточно малых значениях  $a$ ,  $\Delta$  ( $a, \Delta \leq 0.1$ ), которые тем не менее вплотную подходят к дифракционному и субпериодному пределам. Как видно из рис.2, в этой интересующей нас области параметров формулы (19) и (23) прекрасно согласуются с результатами обоих численных рас-

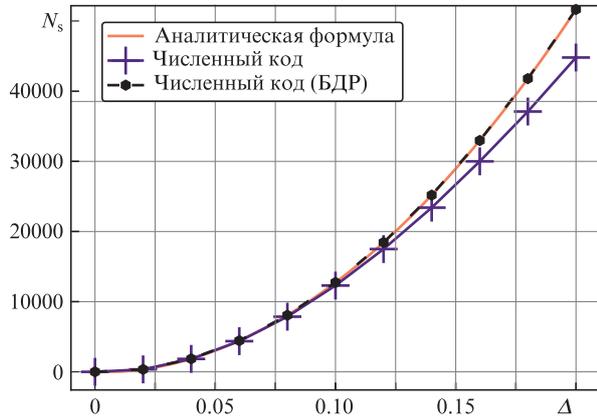


Рис.2. Зависимости числа сигнальных фотонов от параметра  $\Delta = \Delta_3$  при совпадающих ширинах фокусировки импульсов  $w_1 = w_2 = w_3$ ;  $\tau_l = 25$  фс, поляризации – линейные,  $\theta_l = 0$ .

четов, а это означает, что используемые приближения (БДР и метод перевала) прекрасно работают. При этом приближение БДР начинает нарушаться и немного завышать уровень сигнала на границе (при  $\Delta \geq 0.1$ ), в то время как метод перевала продолжает работать вплоть до  $\Delta \leq 0.2$ , где все еще сохраняется погрешность  $\sim 2\%$ .

Рассматриваемая трехпучковая схема и возможность ее реализации на лазерных установках ранее уже изучались, например, в работах [14, 16] (причем в [16] специально применительно к установке SEL). Качественно наши результаты согласуются с результатами этих работ; в частности, зависимость от основных параметров и порядок величины предсказываемого эффекта в нашей формуле (23) те же, что и в оценке (8) из работы [14]. Однако строгое количественное сравнение наших результатов с результатами этих работ невозможно, поскольку в [14] использовалась более примитивная (негауссова) модель поля, а в работе [16] интегрирование по состояниям фотона проводилось только численно и всего при двух наборах параметров, при этом без полного указания поляризации сталкивающихся импульсов.

В связи с подтверждением применимости формул (19) и (23) во всей интересующей нас области параметров дальнейший анализ проводился только на их основе. Как уже отмечалось, оптимизация параметров эксперимента на стороне пользователя подразумевает оптимизацию только фокусировки и поляризации импульсов, т.е. множителей  $R$  и  $|C|^2$  в формуле (23).

Исследуем зависимость сигнала от параметров фокусировки двух импульсов при фиксированной фокусировке оставшегося. Соответствующие графики приведены на рис.3 и 4, на которых хорошо видна общая тенденция к усилению сигнала при одновременном усилении пространственной фокусировки всех трех импульсов. Хотя при заданных фокусировках двух импульсов в рассматриваемой области параметров и может существовать оптимальная фокусировка третьего, однако такой оптимум не глобальный, что видно из существенно меньшего числа сигнальных фотонов в этом случае по сравнению с рис.2 (фокусировка оставшегося импульса на рис.3 и 4 специально выбрана слабой, чтобы локальные максимумы располагались в рассматриваемой области  $\Delta_l \leq 0.1$ ).

Далее проанализируем зависимость сигнала от поляризации импульсов. Максимизируя выражение (20) по параметрам, находим

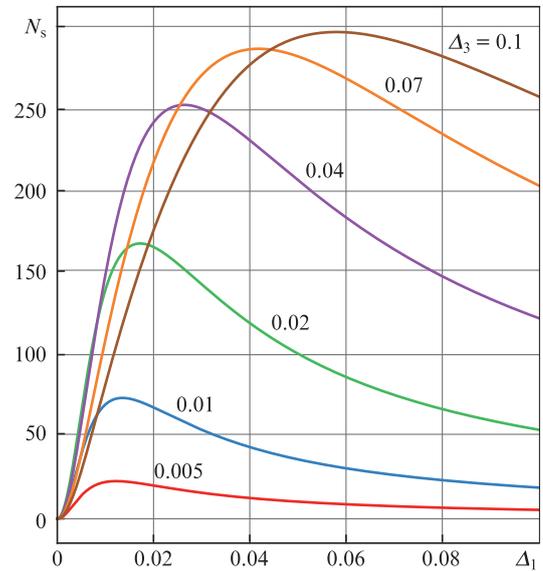


Рис.3. Зависимости числа сигнальных фотонов от параметра  $\Delta_1$  при различных значениях параметра  $\Delta_3$  и фиксированной ширине фокусировки второго импульса ( $\Delta_2 = 0.005$ );  $\tau_l = 25$  фс, поляризации – линейные,  $\theta_l = 0$ .

$$\max(|C|^2) = \frac{121}{36} = 3.36, \tag{25}$$

где

$$\theta_1 = \frac{3\pi}{4}, \theta_2 = \theta_3 = \frac{\pi}{4}, \delta_1 = \frac{3\pi}{2}, \delta_2 = \delta_3 = \frac{\pi}{2},$$

что соответствует циркулярным поляризациям всех импульсов, причем первый импульс поляризован по часовой стрелке, а остальные – против (первый импульс в (25) ничем не выделен, такой же максимум достигается и в случае циклических перестановок индексов).

Поскольку в выходных каналах XCELS генерируются линейно поляризованные импульсы, ограничим оптимизацию только таковыми. Для линейных поляризаций ( $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ ) формула (20) сводится к

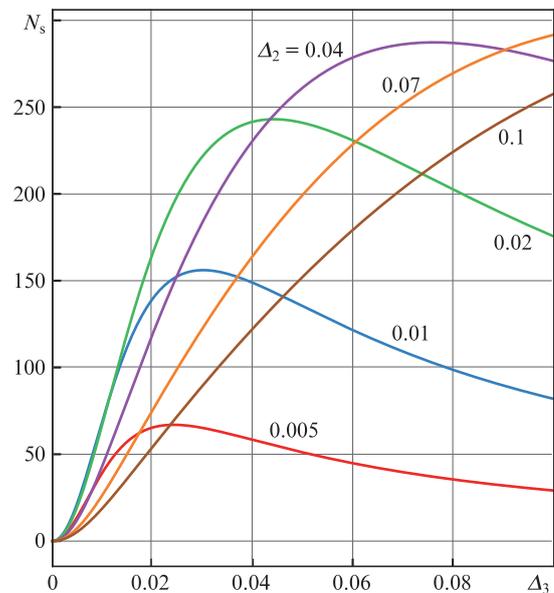


Рис.4. Зависимости числа сигнальных фотонов от параметра  $\Delta_3$  для различных значений параметра  $\Delta_2$  при фиксированной ширине фокусировки первого импульса ( $\Delta_1 = 0.005$ );  $\tau_l = 25$  фс, поляризации – линейные,  $\theta_l = 0$ .

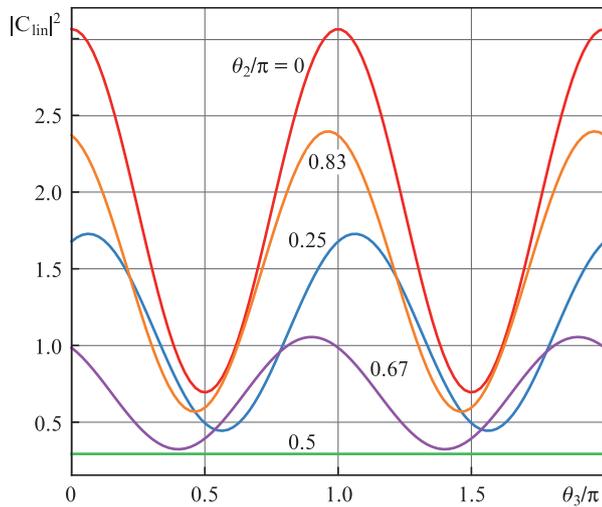


Рис.5. Зависимости множителя  $|C_{in}|^2$  от параметра  $\theta_3$  при различных значениях параметра  $\theta_2$  и фиксированной поляризации  $\theta_1 = 0$  первого импульса.

$$|C_{in}|^2 = \frac{1}{1152} \{1251 + 121 \cos[2(\theta_1 - \theta_2)] + 792 \cos[2(\theta_1 + \theta_2)] + 682[\cos(2\theta_1) + \cos(2\theta_2)]\cos(2\theta_3) + 286[\sin(2\theta_1) + \sin(2\theta_2)]\sin(2\theta_3)\} \quad (26)$$

с максимумом

$$\max(|C_{in}|^2) = \frac{49}{16} = 3.06, \quad (27)$$

где

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0,$$

что согласуется с [13]. При этом векторы поляризаций на рис.1 направлены параллельно координатным осям:  $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_x$ . Поскольку отличие максимума (27) от (25) составляет всего 9%, преобразование импульсов в циркулярно поляризованные для достижения глобально оптимального максимума представляется нерациональным.

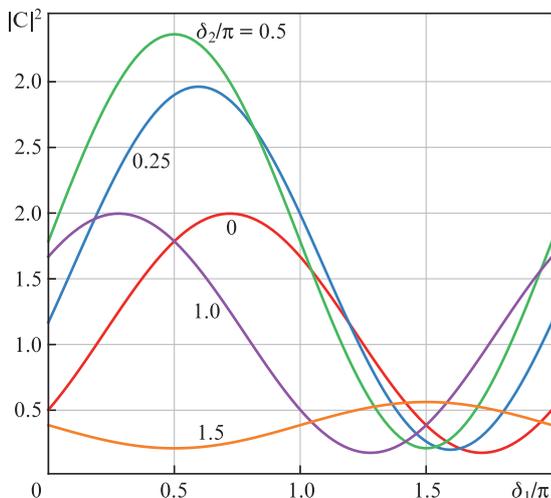


Рис.6. Зависимости множителя  $|C|^2$  от эллиптичности  $\delta_1$  при различных значениях  $\delta_2$ , циркулярной поляризации третьего импульса ( $\delta_3 = 3\pi/2$ ) и  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = 3\pi/4$ .

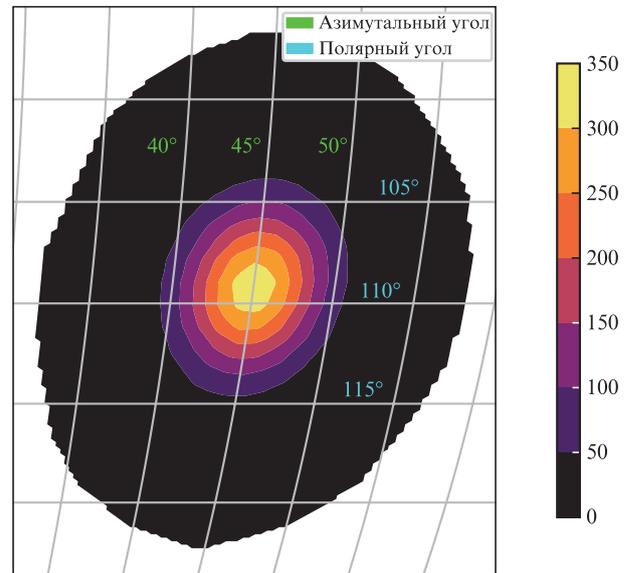


Рис.7. Угловое распределение числа сигнальных фотонов  $dN_s/d\Omega_n$  при рекомендуемых оптимальных параметрах ( $\tau_l = 25$  фс,  $w_l = 1.02$  мкм,  $\theta_l = 0$ ).

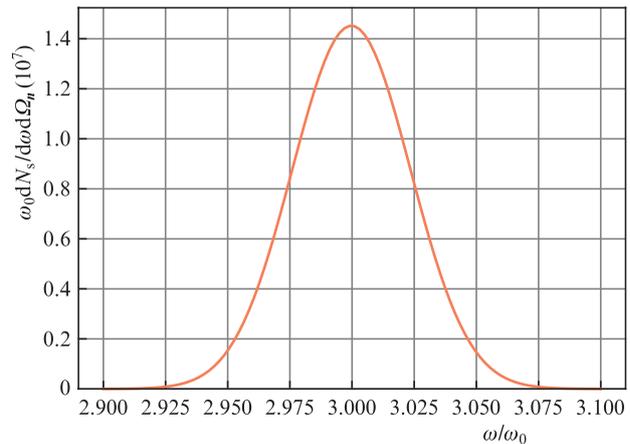


Рис.8. Спектр сигнальных фотонов при рекомендуемых оптимальных параметрах ( $n = n_s, \tau_l = 25$  фс,  $w_l = 1.02$  мкм,  $\theta_l = 0$ ).

Частные примеры зависимости множителя (20) от поляризаций импульсов приведены на рис.5 (который, с точностью до обозначений, совпадает с аналогичным по смыслу рис.2 в работе [14]) и рис.6. Видно, что оптимальный выбор поляризаций позволяет существенно (в несколько раз) усилить сигнал.

Наконец, на рис.7 и 8 представлены распределения сигнальных фотонов по направлению излучения и частоте при указанных в начале раздела рекомендуемых оптимальных значениях параметров.

### 5. Требования к эксперименту

Для реализации предлагаемого эксперимента требуется прежде всего до фокусировки удвоить частоты импульсов в двух каналах из трех используемых с высокой эффективностью (в случае нереализуемости этого требования схема может быть доработана с использованием большего числа каналов). Также требуется оптическая система, обеспечивающая жесткую фокусировку и поляризацию используемых импульсов. Для регистрации сиг-

нальных фотонов необходим высокочувствительный ПЗС-детектор, способный детектировать  $\sim 10^3 - 10^4$  сигнальных фотонов в интервале длин волн 285 – 325 нм (рис.8) с угловой расходимостью примерно  $10^\circ$  (рис.7).

Кроме того, для снижения уровня фона, обусловленного в первую очередь комптоновским рассеянием лазерных импульсов на остаточных электронах, требуется обеспечить достаточно низкое давление в вакуумной камере. Предварительную оценку чистоты вакуума можно получить из условия малости тока  $j_e = enc$  остаточных электронов по сравнению с вакуумным током (6). Отсюда находим оценку требуемого давления –  $10^{-6}$  мбар. Более точную оценку уровня фона можно будет получить в дальнейшем с помощью трехмерного Particle-in-Cell (PIC) моделирования с учетом динамики ионизации остаточных атомов, излучения электронов, фактического контраста импульсов, наличия предимпульсов и т. п. В ходе эксперимента мониторинг фактического уровня фона может проводиться вторым ПЗС-детектором, расположенным вне зоны пика сигнала (рис.7).

Наконец, наиболее ограничительное требование, с нашей точки зрения, состоит в необходимости прецизионного сведения фокусов трех (или более) коротких жестко сфокусированных импульсов с точностью не хуже долей микрометра в пространстве при их одновременной синхронизации с точностью до нескольких фемтосекунд во времени. В то же время обеспечения взаимной когерентности при этом не требуется.

Сформулированные требования носят пока лишь предварительный характер. Более точная их формулировка потребует дополнительных более сложных расчетов, в частности обобщения полученных формул на случай пространственного и временного смещения фокусов сталкивающихся импульсов, и будет опубликована в отдельной работе.

## 6. Заключение

Разработан эффективный метод численного расчета полного числа, а также угловых и спектральных распределений фотонов, излучаемых вакуумом, поляризованным перекрывающимися сфокусированными лазерными импульсами. Для случая гауссовых импульсов впервые получена приближенная аналитическая формула для числа сигнальных фотонов в трехпучковой схеме [12 – 17], включающая в себя зависимость от полного набора параметров, характеризующих каждый импульс, в том числе от поляризации, и установлены границы применимости и

точность используемых приближений. На основе полученных результатов проведены оценка, многопараметрический анализ и оптимизация уровня сигнала и сформулированы требования к эксперименту по детектированию эффекта поляризации вакуума в трехпучковой схеме на установке XCELS.

Работа поддержана научной программой Национального центра физики и математики и НИЯУ МИФИ в рамках программы «Приоритет 2030» Министерства науки и высшего образования РФ. Авторы благодарны И.Ю.Костюкову и Е.Н.Нерушу за обсуждения.

1. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Теоретическая физика. Квантовая электродинамика* (М.: Наука, т. 4, 1989) [Berestetskii V.B., Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. *Quantum Electrodynamics* (Butterworth-Heinemann, 1982)].
2. Narozhny N.B., Fedotov A.M. *Contemp. Phys.*, **56**, 249 (2015).
3. Di Piazza A. et al. *Rev. Mod. Phys.*, **84**, 1177 (2012).
4. Fedotov A.M. et al. *Phys. Rep.*, **1010**, 1 (2023).
5. Akhmadaliev S.Z. et al. *Phys. Rev. C*, **58**, 2844 (1998).
6. Della Valle F. et al. *Eur. Phys. J. C*, **76**, 1 (2016).
7. Mignani R.P. et al. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **465**, 492 (2017).
8. Aaboud M. et al. *Nat. Phys.*, **13**, 852 (2017).
9. Sirunyan A.M. et al. *Phys. Lett. B*, **797**, 134826 (2019).
10. Adam J. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **127**, 052302 (2021).
11. Shen B. et al. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **60**, 044002 (2018).
12. Bernard D. et al. *Eur. Phys. J. D*, **10**, 141 (2000).
13. Lundstrom E. ArXiv preprint hep-ph/0512033 (2005).
14. Lundstrom E. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 083602 (2006).
15. Tennant D.M. *Phys. Rev. D*, **93**, 125032 (2016).
16. King B., Hu H., Shen B. *Phys. Rev. A*, **98**, 023817 (2018).
17. Gies H. et al. *Phys. Rev. D*, **97**, 076002 (2018).
18. Klar L. *Particles*, **3**, 223 (2020).
19. Gies H., Karbstein F., Klar L. *Phys. Rev. D*, **103**, 076009 (2021).
20. Bashinov A.V. et al. *Eur. Phys. J. Special Topics*, **223**, 1105 (2014).
21. Мухин И.Б. и др. *Квантовая электроника*, **51**, 759 (2021) [*Quantum Electron.*, **51**, 759 (2021)].
22. Shaykin A. et al. *Rev. Laser Eng.*, **42**, 141 (2014).
23. Fedotov A.M., Narozhny N.B. *Phys. Lett. A*, **362**, 1 (2007).
24. Galtsov D., Skobelev V. *Phys. Lett. B*, **36**, 238 (1971).
25. Karbstein F., Shaisultanov R. *Phys. Rev. D*, **91**, 113002 (2015).
26. Gies H., Karbstein F., Kohlfürst C. *Phys. Rev. D*, **97**, 036022 (2018).
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Теория поля* (М.: Наука, т. 2, 1988).
28. Goubau G., Schwering F. *IRE Trans. Antennas Propag.*, **9**, 248 (1961).
29. Siegman A.E. *Lasers* (Mill Valley, CA: University Science Books, 1986).
30. Jekrard H. *J. Opt. Soc. Am.*, **44**, 634 (1954)
31. Иванов А.В., Хилков С.А. *Научная визуализация*, **10** (1), 110 (2018). DOI: 10.26583/sv.10.1.09.
32. Ахманов С.А., Вислоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М.: Наука, 1988).