

УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ

Каскадное ускорение электронов в плазменном канале, созданном несколькими лазерными импульсами петаваттной мощности

Е.М.Стародубцева, И.Н.Цымбалов, К.А.Иванов, Д.А.Горлова, А.Б.Савельев

Предложен способ расчета многостадийной схемы прямого лазерно-плазменного ускорения электронов для преодоления эффекта дефазировки и истощения пучка накачки. Предлагаемый метод позволяет оценить параметры плазменного канала для каждой стадии ускорения, а также допустимые диапазоны углов инжекции электронов в следующую стадию. Приведен расчет трехстадийного ускорения электронов до энергии 1 ГэВ при заряде пучка 400 нКл.

Ключевые слова: прямое лазерное ускорение, многокаскадное лазерное ускорение, лазерное ускорение пучков электронов с большим зарядом.

1. Введение и постановка задачи

Пучки ускоренных до высоких энергий электронов находят широкое применение в различных фундаментальных и прикладных задачах, таких как ядерные исследования, генерация тормозного и синхротронного излучения, создание лазеров на свободных электронах. Для генерации таких пучков широко используются радиочастотные ускорители. Поля, создаваемые лазерным излучением в плазме, позволяют получать темпы ускорения частиц на несколько порядков выше, чем в традиционных радиочастотных ускорителях [1], что дает возможность в разы уменьшить размеры установок, а в перспективе – увеличить максимально достижимые энергии электронов. Однако на пути оптимизации лазерно-плазменных ускорителей электронов существует ряд трудностей. Одна из них связана с ограничением длины ускорения в связи с дефазировкой и истощением пучка накачки [2]. Возможным решением является многостадийное ускорение.

Существует ряд работ, посвященных многостадийному кильватерному ускорению. Один из вариантов, состоящий из всего двух стадий, предполагает создание пучком электронов, ускоренных в лазерной кильватерной волне, собственной кильватерной волны и ускорение электронов в ней [3]. В работе [4] описаны способы полу-

чения эффективной инжекции электронов в следующую стадию многокаскадного кильватерного ускорителя. Технически сложным является угловое и пространственное сведение электронного пучка, ускоренного на предыдущей стадии, и лазерного пучка, возбуждающего следующий каскад ускорителя, поскольку для эффективной инжекции высокоэнергетичного электронного пучка в следующую стадию необходимо, чтобы угол между осями электронного и лазерного пучков был минимальным. Один из вариантов решения проблемы – это помещение между каскадами расположенной под углом тонкой пленки; лазерный импульс будет отражаться от нее, а электроны с предыдущего каскада проходят насквозь [5]. Стадии ускорения в этом случае оказываются разнесенными в пространстве на достаточно большое расстояние, что приводит к увеличению размера инжектируемого электронного пучка из-за расходимости в процессе распространения и, как следствие, к уменьшению эффективности инжекции. Другим вариантом является использование искривленных плазменных каналов для подведения лазерного излучения к следующей ускоряющей стадии [6, 7]. Искривление достигается за счет рефракции лазерного пучка, проходящего через слой неоднородной плазмы.

В настоящей работе рассмотрена возможность каскадирования другого механизма ускорения в плазменном канале. Лазерный импульс в процессе распространения своим световым давлением выталкивает электроны на периферию, создавая плазменный канал. Электроны в этом канале совершают поперечные бетатронные колебания. Если частота этих колебаний оказывается резонансной с частотой лазерного поля в движущейся с электроном системе отсчета, электрон может набирать энергию от лазерного поля [8–11]. Преимуществом такого подхода является возможность получения пучков с гораздо большим зарядом, чем при кильватерном ускорении [12–16]. Набор энергии зависит от разности фаз бетатронного колебания и поля лазерного импульса. Эта разность фаз не может оставаться постоянной бесконечно долго: через некоторое время происходит дефазировка и набранная электроном энергия начинает перекачиваться обратно в электромагнитное излучение. Длину плазменного канала целесообразно сделать близкой к длине дефазировки, по-

Е.М.Стародубцева. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Ленинские горы, 1;

e-mail: starodubtceva.em19@physics.msu.ru

И.Н.Цымбалов, Д.А.Горлова. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Ленинские горы, 1; Институт ядерных исследований РАН, Россия, 117312 Москва, просп. 60-летия Октября, 7,а

К.А.Иванов. Физический институт П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Институт ядерных исследований РАН, Россия, 117312 Москва, просп. 60-летия Октября, 7,а

А.Б.Савельев. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Ленинские горы, 1; Физический институт П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53

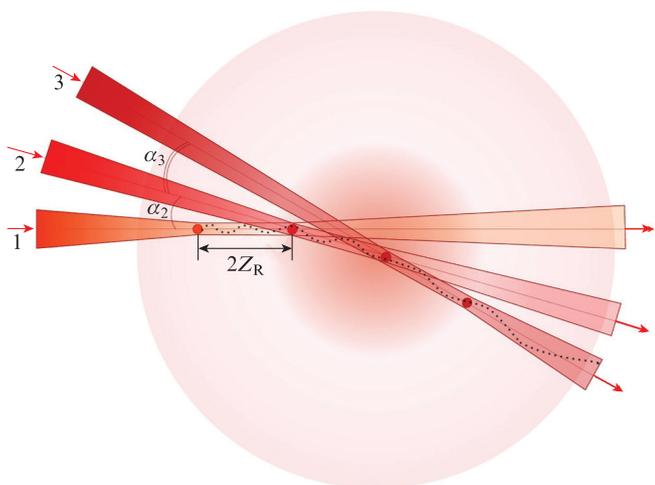


Рис.1. Возможная геометрия трехкаскадного ускорителя. Лазерные пучки пронумерованы соответственно стадиям ускорения; $\alpha_{2,3}$ – углы, под которыми электроны инжектируются в стадии 2 и 3.

сле преодоления которой ускоренные электроны следует инжектировать в следующий каскад.

Одной из ключевых идей предлагаемого подхода является минимизация расстояния между стадиями, обеспечивающая непрерывный переход одного канала в другой. Для этого перетяжки лазерных пучков сводятся так, как показано на рис.1: перетяжки пересекаются на расстоянии длины Рэлея Z_R от своих центров, что позволяет свести расстояния, которые электроны должны преодолевать между каскадами, к нулю; при этом инжекция в следующую ускоряющую стадию производится под углом к оси канала. Этот угол определяется пространственным положением лазерных пучков и не может быть меньше их углового размера. В настоящей работе предложен метод, позволяющий рассчитать многокаскадную схему ускорения так, чтобы энергия и угол электронного пучка, ускоренного на предыдущей стадии, обеспечивали эффективный захват его плазменным каналом следующей стадии ускорения.

2. Описание методики и основные результаты

Движение электронов в плазменном канале определяется бетатронными колебаниями и действием поля лазерного импульса. При анализе такого движения приходится работать с большим числом параметров: это начальные координаты и импульсы электронов, амплитуды и фазы бетатронного колебания и лазерного поля. Непосредственный расчет траекторий через решение уравнений движения электронов приведен в [8, 9, 17, 18]. Один из способов уменьшения числа параметров состоит в переходе к фазовому пространству (Φ, γ) , где Φ – разность фаз бетатронного колебания и лазерного поля, γ – лоренц-фактор, описывающий энергию электрона. Тогда динамика изменения энергии электроном будет описываться следующими уравнениями [9]:

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{eE_0 v_a(\gamma)}{2mc^2} \cos \Phi, \quad (1)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega - \omega_b - kv_z, \quad (2)$$

где E_0 – амплитуда поля лазерного импульса; v_a – поперечная скорость электрона на оси канала; ω, k – частота и волновое число лазерного импульса; ω_b – частота бетатронных колебаний; v_z – продольная скорость электрона; c – скорость света; m и e – масса и заряд электрона. Частоту бетатронных колебаний с хорошей точностью можно определить как

$$\omega_b = \frac{\omega_p}{\sqrt{2\gamma}},$$

где

$$\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 \frac{n_i}{m}}$$

– плазменная частота; n_i – ионная концентрация плазмы. В описываемой модели кратность ионизации задавалась равной единице, при этом в невозмущенной лазерным импульсом плазме концентрация электронов равна концентрации ионов.

Для электрона в плазменном канале из уравнений движения можно получить сохраняющуюся величину – интеграл движения I_0 . На оси канала он будет иметь вид

$$I_0 = \gamma - \frac{p_z}{\eta mc}, \quad (3)$$

где p_z – продольный импульс электрона; η – показатель преломления, определяющий фазовую скорость лазерной волны в канале и зависящий от концентрации электронов в нем. Поскольку фазовая скорость лазерного импульса v_φ критически определяет условия бетатронного резонанса, мы будем использовать в качестве параметра именно показатель преломления $\eta = cv_\varphi$, а не концентрацию электронов.

Для системы (1), (2) должна быть задана зависимость $v_a(\gamma)$. В работе [18] показано, что в параксиальном приближении, т. е. в случае, когда продольная скорость электрона много больше поперечной,

$$v_a = c\sqrt{2\left[1 - \eta\left(1 - \frac{I_0}{\gamma}\right)\right]}. \quad (4)$$

Теперь система (1), (2), (4) может быть проинтегрирована, что позволит получить фазовые портреты в координатах (Φ, γ) и определить области параметров, интересные для построения многокаскадной схемы ускорения. В качестве параметров выступают интеграл движения I_0 , показатель преломления η и концентрация невозмущенной плазмы n , которая нормируется на n_{cr} – критическую концентрацию, при которой частота лазерного излучения равняется плазменной частоте. При использовании приближения (4) оказывается, что существует аналитическое решение [18]:

$$F(\gamma) - \sin(\Phi) = F(\gamma_0) - \sin(\Phi_0), \quad (5)$$

$$F(\gamma) = \frac{I_0 \eta (\eta - 2) \ln[\sqrt{(1-\eta)\gamma + I_0 \eta} + \sqrt{(1-\eta)\gamma}]}{\sqrt{2} a_0 \sqrt{1-\eta}} + \frac{[(\eta - 1)(\eta + 2)\sqrt{\gamma} + 2\sqrt{2n}]\sqrt{(1-\eta)\gamma + I_0 \eta}}{\sqrt{2} a_0 (1-\eta)}. \quad (6)$$

Здесь Φ_0, γ_0 – начальное положение электрона на фазовом портрете (Φ, γ) ; $a_0 = eE_0/(m\omega)$ – безразмерный векторный потенциал, характеризующий амплитуду лазерного импульса.

С помощью выражения (5) можно построить фазовые портреты системы. Они показаны на рис.2. Для фиксированного a_0 (мы использовали $a_0 = 4$) в зависимости от начальных импульсов ускоряемого электрона, комбинация которых сводится к параметру I_0 , а также параметров канала η и n получаются различные топологии фазовых портретов. На рис.2,а приведен случай, когда существуют траектории, начинающиеся вблизи нуля по энергии, а затем набирающие ее до $\gamma \sim 400-500$. Такая топология подробно описана в нашей предыдущей работе [17]. Она позволяет инжектировать в канал электроны с практически нулевой начальной энергией, возникшие при ионизации газа полем лазерного импульса, что представляет интерес для создания пучка с большим зарядом за счет ионизационной инжекции [17, 19]. Этот вариант предлагается использовать в качестве первой стадии ускорения.

Для расчета диапазона параметров канала, позволяющих реализовать первую стадию, необходимо удовлетворить ряду неравенств.

Для того чтобы получить нужную топологию и иметь возможность инжекции при $\gamma_0 = 1$, мы должны потребовать выполнения неравенств (подробнее см. [17])

$$F(\gamma_{cr1}, I_0 = 1) - F(\gamma_{cr2}, I_0 = 1) < 2, \quad (7)$$

$$n \left[4\eta^2 \left(1 - \frac{\eta}{2} - \frac{\eta^2}{2} \right) \right]^{-1} > 1,$$

$$\gamma_{cr1,2} = 2\eta^4 I_0^2 \left[\sqrt{n} \mp \sqrt{n - 4\eta^2 I_0 \left(1 - \frac{\eta}{2} - \frac{\eta^2}{2} \right)} \right]^{-2}, \quad (8)$$

где $\gamma_{cr1,2}$ – значения γ в особых точках системы (1), (2). Особыми точками системы дифференциальных уравнений называются точки, отвечающие положениям равновесия $d\gamma/dt = 0, d\Phi/dt = 0$ в системе (1), (2).

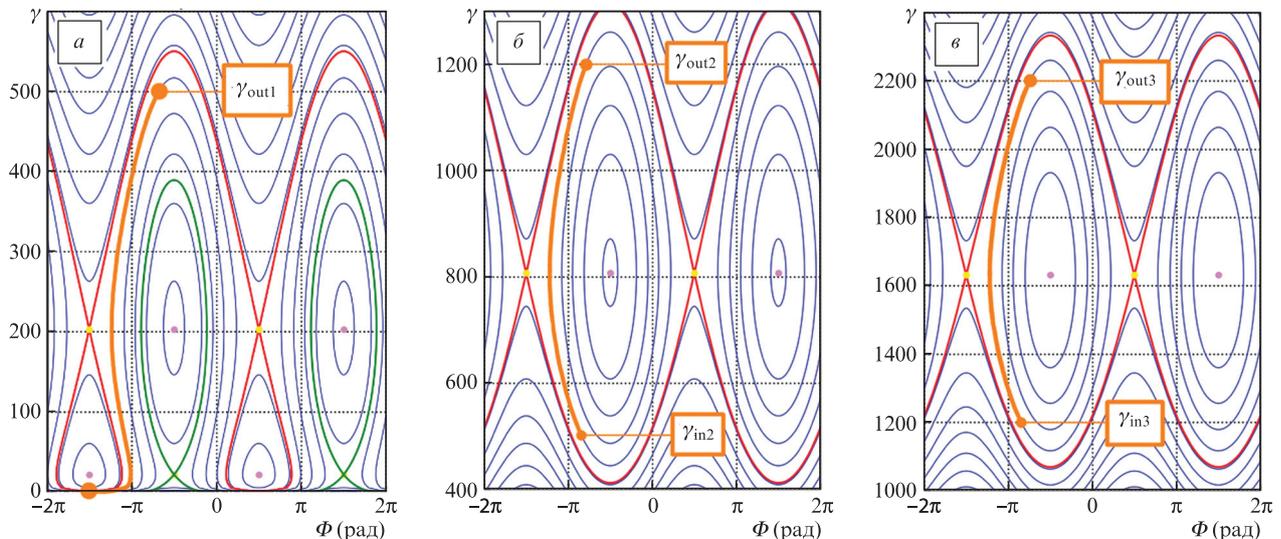


Рис.2. Фазовые портреты (Φ, γ) для трех стадий ускорения. Синим показаны фазовые траектории, красным и зеленым – сепаратрисы, оранжевым – возможные траектории каскадного ускорения для диапазонов «начальная энергия γ_{in} – выходная энергия γ_{out} » 0–500, (стадия 1, а), 500–1200 (стадия 2, б) и 1200–2200 (стадия 3, в). Для всех стадий $a_0 = 4, n_1 = 0.04n_{cr}, n_2 = 0.08n_{cr}, n_3 = 0.06n_{cr}, \eta_1 = 0.995, \eta_2 = 0.9955, \eta_3 = 0.997$.

Далее для расчета параметров зададим начальную и конечную энергии для каждой стадии. Обозначим их $\gamma_{in1,2,3}$ и $\gamma_{out1,2,3}$ (γ_{in} – минимальная энергия электрона, при которой он заведомо будет захвачен и ускорен на рассматриваемой стадии, γ_{out} – максимальная энергия, заведомо набираемая при выводе электрона из канала в нужной фазе). Для первой стадии $\gamma_{in1} = 1$. Чтобы красная сепаратриса (рис.2,а) доходила до γ_{out1} и ускорение до этих энергий было возможно, необходимо выполнить условия

$$F(\gamma_{out1}, I_0 = 1) - F(\gamma_{cr1}, I_0 = 1) > -2, \quad (9)$$

$$F(\gamma_{out1}, I_0 = 1) - F(\gamma_{cr2}, I_0 = 1) > 0.$$

Следующие стадии ускорения должны иметь иную топологию (рис.2,б): сепаратриса разделяет фазовое пространство, делая невозможным эффективное ускорение изначально низкоэнергетичных электронов. Однако в такой топологии существует набор параметров, отвечающий циклу, расположенному между красными сепаратрисами, который позволяет достичь больших значений γ . Таким образом можно получить энергию, недоступную при одностадийном ускорении. Теперь инжекция происходит при отличной от нуля энергии γ_{in} , и условие на нужный тип топологии фазового портрета имеет вид

$$F[\gamma_{cr1}, I_0(\gamma_{in}, \alpha)] - F[\gamma_{cr2}, I_0(\gamma_{in}, \alpha)] > 2, \quad (10)$$

а условия на положение сепаратрис снаружи от диапазона энергий $\gamma_{in} - \gamma_{out}$ таковы:

$$F[\gamma_{out}, I_0(\gamma_{in}, \alpha)] - F[\gamma_{cr1}, I_0(\gamma_{in}, \alpha)] > -2, \quad (11)$$

$$F[\gamma_{in}, I_0(\gamma_{in}, \alpha)] - F[\gamma_{cr1}, I_0(\gamma_{in}, \alpha)] > -2.$$

Выполнение условий (10), (11) позволяет ускорять электроны от γ_{in} до γ_{out} . Эти условия имеют одинаковый вид для любой стадии, начиная со второй, – для расчета необходимо лишь подставлять желаемые $\gamma_{in}, \gamma_{out}$ и параметры ка-

нала. В неравенствах (10), (11) появился параметр α – угол между импульсом инжектируемых с предыдущей стадии электронов и осью канала. Интеграл движения теперь может быть выражен через начальную энергию и угол:

$$I_0(\gamma_{in}, \alpha) = \gamma_{in} - \frac{\cos \alpha \sqrt{(\gamma_{in}^2 - 1)}}{\eta}. \quad (12)$$

Значения угла α определяют возможные варианты расположения лазерных пучков: при слишком большом угле α захват высокоэнергетичных электронов следующим каскадом становится невозможным.

На основе полученных неравенств можно построить следующую методику расчета. Для определения возможных диапазонов параметров n , η и α задаются значение векторного потенциала a_0 и требуемые диапазоны энергий $\gamma_{in2,3,\dots} - \gamma_{out1,2,3,\dots}$. Затем решаются система неравенств (7), (9) для первого каскада, результатом решения которой будет область в пространстве (n, η) , и система (10), (11) для остальных параметров, результат которой – область в пространстве (n, γ, α) . Полученный результат – карты экспериментальных параметров каждого каскада, при которых будет наблюдаться ускорение электронов в заданных диапазонах.

На рис.3 приведен такой расчет для трехстадийного ускорения с $a_0 = 4$, $\gamma_{out1} = \gamma_{in2} = 500$, $\gamma_{out2} = \gamma_{in3} = 1200$, $\gamma_{out3} = 2200$. Оранжевым цветом на рис.3,а обозначена область допустимых значений параметров для выполнения условия инжекции покоящихся электронов и их последующего ускорения до $\gamma = 500$. На рис.3,б,в показан максимально возможный угол инжекции α в зависимости от (n, η) , при котором выполняются заданные условия: на второй и третьей стадиях этот угол составил 6° и 4° соответственно. Угол α можно до некоторой степени увеличивать, поднимая плотность плазмы, но он все равно будет являться ограничивающим фактором такой схемы. Для минимизации углов целесообразно использовать лазерные пучки с длиной перетяжки, что позволит сводить

их под углами в единицы градусов из-за малости расходимости пучков.

3. Возможная реализация лазерно-плазменного ускорения на комплексе XCELS

Лазерная система XCELS позволит использовать в одном эксперименте несколько пучков петаваттного уровня мощности [20]. С помощью мягкой фокусировки эти пучки можно сфокусировать в пучок диаметром порядка 100λ , при этом амплитуда поля будет составлять единицы-десятки a_0 . Угловая расходимость пучков с такой фокусировкой составляет единицы градусов, что позволит сводить их под такими же (в единицы градусов) углами. Таким образом, условия на углы, полученные в предыдущем разделе (неравенства (10), (11), рис.3б,в), легко выполняемы. Пучок с диаметром перетяжки $d = 100\lambda$ будет иметь длину Релея Z_R порядка нескольких тысяч λ . Из (1) может быть получена длина дефазировки $L_d \approx \lambda \Delta\gamma / (a_0 v_a / c)$, где $\Delta\gamma$ – изменение энергии на каскаде ускорения. При больших γ скорость v_a лежит в диапазоне $0.05 - 0.2 c$ [9, 18], тогда для $a_0 = 4$ длина дефазировки $L_d \approx \lambda \Delta\gamma$. Таким образом, длина перетяжки превышает длину дефазировки для $\Delta\gamma \sim 1000$, что при правильном подборе параметров η, n, α позволит получить ускорение до 0.5 ГэВ на каскад.

Заряд пучка из нашей модели оценить невозможно, но в [16] был получен заряд, равный 100 нКл для энергий более 7 МэВ при диаметре пучка 15λ и концентрации электронов $0.5n_{cr}$. Тогда, пересчитав это на концентрацию электронов в первой стадии, $0.04n_{cr}$, и диаметр перетяжки, 100λ , ожидаемый заряд можно оценить в 400 нКл. Если добавить в мишень веществ с бóльшим атомным номером, то будет эффективно идти ионизационная инжекция, что может увеличить заряд пучка по сравнению с приведенной оценкой. Кроме того, для увеличения заря-

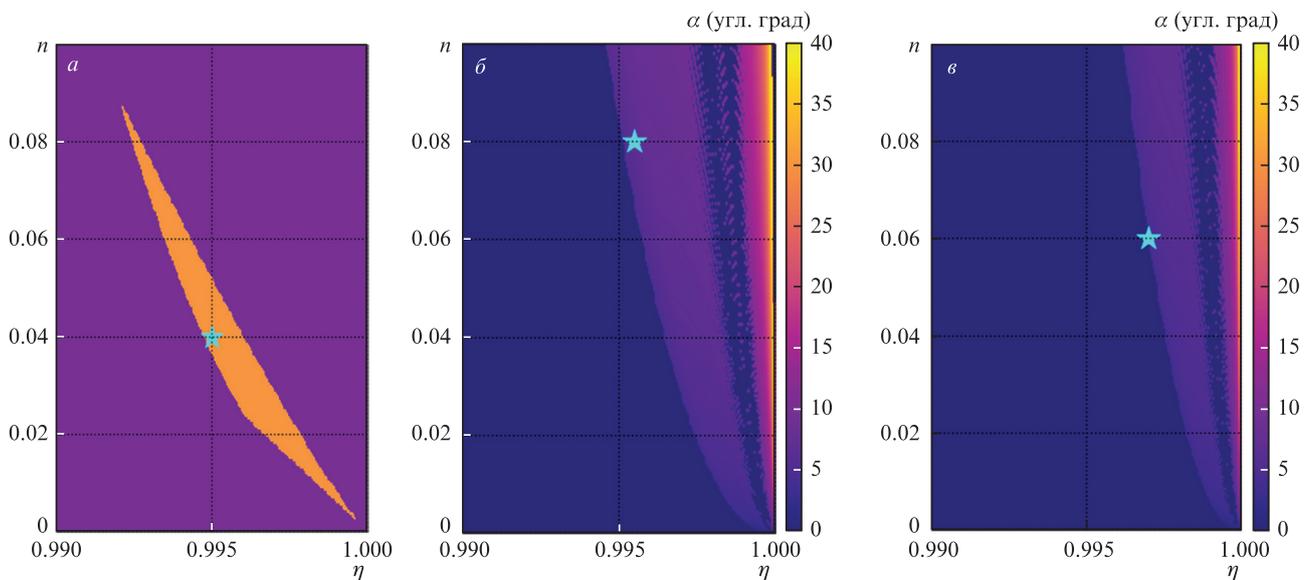


Рис.3. Пример расчета областей допустимых параметров n , η для первой стадии и диапазона изменения энергии «начальная – выходная» $\gamma = 0 - 500$ (а) и зависимость максимально возможного угла инжекции α от n и η для остальных стадий ускорения при $\gamma = 500 - 1200$ (б) и $\gamma = 1200 - 2200$ (в). Звездочками указаны параметры, соответствующие фазовым портретам на рис.2.

да может оказаться полезным некоторое увеличение длительности импульсов.

4. Заключение

В работе предложена простая модель, позволяющая на основе аналитически построенных выражений производить перебор параметров для поиска оптимальной конфигурации многостадийного ускорителя. Модель позволяет быстро осуществлять перебор параметров η , n , α и проверять их соответствие условиям возможности многокаскадного ускорения. Выполнение этих условий является необходимым, однако, поскольку модель не учитывает ряд явлений (формирование плазменного канала лазерным импульсом, потери электронов при инжекции в следующую стадию из-за разброса по импульсам и многие другие), необходимы расчеты методом PIC-моделирования. Разработанная модель призвана показать принципиальную возможность построения многокаскадной схемы ускорения в плазменном канале и сузить диапазон возможных начальных условий для более детального моделирования.

Проведен расчет трех стадий ускорения при «умеренных» интенсивностях. В рамках модели показано, что могут быть найдены такие диапазоны параметров, при которых возможен захват последующей стадией электронов, ускоренных на предыдущей. Для примера был проведен расчет трехкаскадной схемы. При амплитуде поля $a_0 = 4$ и диаметре пучка 100λ можно получить ускорение в 0.5 ГэВ на каскад на длине $\sim 1000\lambda$. При этом благодаря большому диаметру канала может быть получен заряд пучка в сотни нКл. На данный момент иного способа по-

лучить в лазерно-плазменном ускорении энергии уровня ГэВ при таком заряде не существует.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 19-32-60069), численные расчеты – при поддержке РНФ (грант № 22-79-10087). Использовалось оборудование, приобретенное физическим факультетом МГУ за счет средств субсидии Министерства образования и науки в рамках национального проекта «Наука» от 20 мая 2020 г. № АМ/6-пр.

1. Tajima T., Dawson J.M. *Phys. Rev. Lett.*, **43** (4), 267 (1979).
2. Nakamura K. et al. *Phys. Plasmas*, **14** (5), 056708 (2007).
3. Kurz T. et al. *Nat. Commun.*, **12** (1), 5567 (2021).
4. Pathak N. et al. *Phys. Plasmas*, **27** (3), 033106 (2020).
5. Lindström C.A. *Phys. Rev. Accel. Beams*, **24** (1), 014801 (2021).
6. Nakajima K. *Light Sci. Appl.*, **7** (1), 21 (2018).
7. Luo J. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **120** (15), 154801 (2018).
8. Pukhov A., Sheng Z.M., Meyer-ter-Vehn J. *Phys. Plasmas*, **6** (7), 2847 (1999).
9. Tsakiris G.D., Gahn C., Tripathi V.K. *Phys. Plasmas*, **7** (7), 3017 (2000).
10. Jirka M., Vranic M., Grismayer T., Silva L. *New J. Phys.*, **22** (8), 083058 (2020).
11. Arefiev A.V. et al. *Phys. Plasmas*, **23** (5), 056704 (2016).
12. Hussein A.E. et al. *New J. Phys.*, **23** (2), 023031 (2021).
13. Hazra D. et al. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **60** (8), 085015 (2018).
14. Tsymbalov I. et al. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **61** (7), 075016 (2019).
15. Tsymbalov I. et al. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **63** (2), 022001 (2021).
16. Rosmej O.N. et al. *Matter Radiat. Extrem.*, **6** (4), 034001 (2021).
17. Starodubtseva E. et al. arXiv,2202.02822 (2022).
18. Khudik V., Arefiev A., Zhang X., Shvets G. *Phys. Plasmas*, **23** (10), 103108 (2016).
19. Shaw J.L. et al. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **56** (8), 084006 (2014).
20. <https://xcels.ipfran.ru/>