

# Релятивистский туннельный эффект при ионизации многозарядных ионов в мультитераваттных лазерных пучках

С.В.Попруженко

*Обсуждается возможность наблюдения релятивистского туннельного эффекта при ионизации многозарядных ионов тяжелых атомов в поле мультитераваттных лазерных пучков. Получена приближенная аналитическая формула, позволяющая оценить изменение скорости ионизации глубоких уровней под действием сильного квазистатического электромагнитного поля в условиях, близких к насыщению. Показано, что зеемановский сдвиг уровней и релятивистское искривление подбарьерной траектории электрона в магнитном поле лазерной волны приводят к близким по величине поправкам к вероятности ионизации. Эти поправки становятся значительными только при интенсивностях лазерного излучения не менее  $2 \times 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup>, достижение которых ожидается на лазерных установках мультитераваттного уровня мощности, включая установку XCELS. Обсуждается принципиальная схема экспериментального наблюдения отклонения скорости ионизации от значений, предсказываемых нерелятивистской теорией.*

**Ключевые слова:** релятивистская ионизация, сильное лазерное поле, многозарядные ионы.

## 1. Введение

Экспериментальные и теоретические исследования процессов многофотонной и туннельной ионизаций атомных систем проводятся с середины 60-х годов прошлого века. Первые наблюдения многофотонной ионизации атомов и молекул относятся к числу основополагающих работ, заложивших фундамент нелинейной лазерной оптики [1]. В тот же период были опубликованы пионерские теоретические работы [2–6], раскрывающие механизмы ионизации в сильных электромагнитных полях. Наиболее важной величиной, определяющей качественный характер протекания процесса нелинейной ионизации, является параметр Келдыша [2]

$$\gamma = \frac{\sqrt{2m_e I_p \omega}}{eE_0}. \quad (1)$$

Здесь  $I_p$  – потенциал ионизации;  $E_0$  и  $\omega$  – амплитуда и частота лазерной волны;  $m_e$  и  $e$  – масса электрона и абсолютная величина его заряда соответственно. Далее в этой работе используются атомные единицы  $e = m_e = \hbar = 1$ , но в некоторых формулах во избежание путаницы сохранены константы  $\hbar$  и  $m_e$ . Подробный обзор основополагающих работ по нелинейной ионизации атомных систем приведен в [7–11] и цитируемой там литературе.

Туннельный режим ионизации осуществляется при условии  $\gamma \ll 1$ , что требует достаточно интенсивных полей и больших длин волн лазерного излучения. При интенсивностях  $J \leq 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> реализуется, как правило,

многофотонный или промежуточный режим ионизации. С переходом к использованию в нелинейно-оптических экспериментах инфракрасных лазеров тераваттной и петаваттной мощностей туннельный механизм становится основным. В частности, при ионизации глубоких уровней многократно заряженных ионов в полях высокой интенсивности условие  $\gamma \ll 1$  выполняется с большим запасом.

Использование в экспериментах лазерных пучков все более высокой интенсивности стимулирует интерес к изучению ионизации в релятивистском режиме. Последний определяется двумя условиями. Во-первых, при

$$a_0 = \frac{E_0}{c\omega} \simeq 1 \quad (2)$$

движение фотоэлектрона в лазерном поле становится релятивистским. Здесь  $c = 137$  – скорость света в атомных единицах. Для инфракрасных лазеров с длиной волны  $\lambda \approx 1$  мкм и  $\omega \approx 0.045$  ат. ед. этот релятивистский порог достигается при  $J \approx 2 \times 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Во-вторых, с ростом интенсивности вероятность туннелирования начинает определяться не только электрическим, но и магнитным полем лазерной волны. Влияние магнитного поля на вероятность отрыва электронов от атомов или положительно заряженных ионов также является релятивистским эффектом. В то время как релятивистский порог, определяемый оценкой (2), давно достигнут в экспериментах и релятивистские эффекты в движении и излучении фотоэлектронов хорошо исследованы (см., напр., работы [12–15] и ссылки в них), критерий, определяющий «включение» влияния релятивизма на вероятность туннельного эффекта не был сформулирован в виде, позволяющем определить порог по интенсивности для их наблюдения.

Релятивистский туннельный эффект был теоретически исследован в работах [16, 17], а также в ряде других, более поздних (см. обзоры [10, 15] и ссылки в них). Вывод, который был сделан из аналитических формул, полученных в [16, 17], а также из результатов численного решения уравнения Дирака, состоит в том, что вероятность иони-

**С.В.Попруженко.** Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603155 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: sergey.poprzhenko@gmail.com

Поступила в редакцию 30 ноября 2022 г.

зации глубоколежащего атомного уровня, энергия которого определяется с учетом релятивистских поправок, может значительно, на несколько порядков величины, отличаться от таковой, рассчитанной по известным нерелятивистским формулам Переломова–Попова–Терентьева (ППТ) [4 – 6], причем отношение скоростей ионизации, рассчитанных по нерелятивистским и релятивистским формулам, может быть как больше, так и меньше единицы (см. рис.20 в обзоре [7]). Однако анализ, приведенный в этих работах, не позволяет сделать однозначных выводов о возможности наблюдения проявлений релятивистского туннельного эффекта в эксперименте. Проблема заключается в том, что 1) абсолютное значение вероятности ионизации измерить сложно и 2) эффект насыщения приводит к тому, что в условиях эксперимента невозможно исследовать процесс ионизации произвольного уровня при произвольно заданном значении интенсивности. Ясно, однако, что порог релятивистских эффектов в вероятности туннелирования в любом случае лежит существенно выше оценки (2).

В настоящей работе мы обсуждаем возможность экспериментального наблюдения релятивистского туннельного эффекта при ионизации многозарядных ионов в полях лазерных пучков с интенсивностью  $J > 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup>. Показано, что эффекты, связанные с релятивистским сдвигом уровня и его расщеплением в магнитном поле лазерной волны, могут наблюдаться при интенсивностях, потенциально достижимых на лазерных установках мультитераваттной мощности, включая 12-пучковый лазер XCELS [18], планируемая максимальная мощность которого составляет 15 ПВт в одном пучке. Основным эффектом, наблюдение которого продемонстрировало бы влияние релятивистских поправок на скорость ионизации, является изменение отношения чисел образующихся многозарядных ионов элементов с близкими потенциалами ионизации, но разными конфигурациями электронных оболочек по сравнению с нерелятивистским случаем.

## 2. Постановка задачи и основные уравнения

В случае туннелирования электрона при условии  $\gamma \gg 1$  и без учета релятивистских эффектов скорость ионизации дается формулой [7]

$$w_{NR}(t) = C^2 B_{lm} I_p 2^{2v+1} F^{1+|m|-2v}(t) \exp\left[-\frac{2}{3F(t)}\right], \quad (3)$$

где  $l$  и  $m$  – орбитальное и магнитное квантовые числа;

$$B_{lm} = \frac{(2l+1)(l+|m|)!}{2^{2|m|}|m|!(l-|m|)!}, \quad (4)$$

$$F(t) = \frac{E(t)}{(2I_p)^{3/2}}, \quad v = \frac{Z}{\sqrt{2I_p}} \quad (5)$$

– приведенное электрическое поле волны и эффективное главное квантовое число уровня соответственно. Заряд атомного остатка  $Z = 1$  для нейтрального атома,  $Z = 2$  для однократно заряженного иона и т. д. Время выступает в этом выражении в качестве медленно меняющегося параметра, от которого зависит величина  $E(t)$  электрического поля лазерной волны. Асимптотический коэффициент одноэлектронной волновой функции  $C$  на больших расстояниях от атомного остова может быть определен численно. Известны также аналитические выражения для асимптотического коэффициента, применимые в квази-

классическом приближении [7]. В большинстве случаев  $C \simeq 1$ .

Аналог формулы (3) для случая релятивистского туннелирования был получен методом мнимого времени [7, 19] в работах [16, 17]. При этом были учтены два фактора: 1) отклонение энергии связи уровня от ее нерелятивистского значения и 2) влияние магнитного поля волны на форму подбарьерной траектории в мнимом времени и, как следствие, на величину мнимой части классического действия, определяющей главный, экспоненциальный фактор в вероятности ионизации. Предэкспоненциальный фактор, определенный в (4), при этом меняется незначительно. При этих допущениях скорость ионизации имеет следующий вид:

$$w_R(t) = w_{NR}(t)R = w_{NR} \exp\left[\frac{2}{3F(t)} - \frac{2(\sqrt{3}\xi)^3}{3(1+\xi^2)\mathcal{F}(t)}\right], \quad (6)$$

где

$$\xi = \sqrt{1 - \frac{1}{2}\epsilon(\sqrt{\epsilon^2 + 8} - \epsilon)}; \quad \epsilon = 1 - I_p/(m_e c^2); \quad (7)$$

$$\mathcal{F}(t) = \frac{E(t)}{E_{cr}}; \quad E_{cr} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar}. \quad (8)$$

Здесь введено критическое поле квантовой электродинамики  $E_{cr} = 1.32 \times 10^{16}$  В/см. Несложно убедиться, что в нерелятивистском пределе  $\xi^2 \approx 2I_p/(3m_e c^2)$ , и формулы (6) – (8) переходят в (3).

Обе формулы для скорости ионизации могут быть модифицированы для того, чтобы учесть сдвиг потенциала ионизации за счет взаимодействия связанного электрона с лазерным полем, которое, при интересующих нас параметрах, можно с высокой точностью рассматривать как постоянное скрещенное поле. Квадратичным шарковским сдвигом в электрическом поле для многозарядных ионов можно пренебречь, а линейный зеемановский сдвиг в магнитном поле

$$\Delta I_p = \mu_B (g_1 M_1 - g_2 M_2) H. \quad (9)$$

Здесь  $\mu_B = e\hbar/(2m_e c) = 0.00365$  – магнетон Бора;  $g_{1,2}$  – множители Ланде;  $M_{1,2}$  – проекции полного момента иона  $J_{1,2}$  на направление магнитного поля в начальном и конечном состояниях. Для свободного электрона  $g_2 = 2$ ,  $J_2 = 1/2$ ,  $M_2 = \pm 1/2$ . В случае водородоподобного иона в основном состоянии  $J_1 = 1/2$ , а фактор  $g_1$  незначительно отличается от 2 даже для больших значений заряда ядра  $Z$ . Так,  $\mu/\mu_B = g_1/2 = 0.993$  для  $Z = 20$  [20] и 0.933 для  $Z = 60$  [7, 21]. В результате различие между энергиями взаимодействия с магнитным полем для связанного электрона в  $s$ -состоянии и свободного электрона незначительно и не приводит к заметному изменению вероятности туннелирования [7, 21]. Для основных состояний многозарядных неводородоподобных ионов такая компенсация в общем случае не имеет места, и поэтому смещение уровня с учетом сдвига энергии в континууме, оцениваемое по формуле (9), составляет по порядку величины  $\mu_B H$ .

## 3. Обсуждение результатов

Для атомного уровня с заданным потенциалом ионизации фактор  $R$  в (6) может принимать практически любые значения в зависимости от интенсивности лазерной

волны. Это утверждение иллюстрируется рис.20 из обзора [7], где величина  $1/R$  показана для нескольких значений интенсивности как функция заряда ядра водородоподобного иона. Видно, что с ростом заряда ядра при заданном значении интенсивности фактор  $R$  монотонно растет, откуда, казалось бы, следует, что глубокие уровни тяжелых атомов должны ионизовываться существенно быстрее, чем предсказывает нерелятивистская теория. На самом деле, несмотря на то что эти зависимости формально верны, они не позволяют судить о том, какое отклонение от нерелятивистской скорости ионизации может наблюдаться в эксперименте. Для оценки этого отклонения необходимо учесть, что резкая экспоненциальная зависимость скорости ионизации от амплитуды электрического поля волны приводит к быстрому истощению населенности уровня с заданным потенциалом ионизации  $I_p$  при достижении интенсивности [22]

$$J_*(I_p) \approx 7 \times 10^{-6} (I_p)^3. \quad (10)$$

В этой формуле потенциал ионизации выражается в атомных единицах, интенсивность – в единицах  $10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup>, поляризация лазерного импульса предполагается линейной, а его длительность – равной одному периоду колебаний при длине волны 1 мкм. В случае основного состояния водорода ( $I_p = 0.5$  ат. ед.) эта формула дает оценку интенсивности насыщения  $J_* \approx 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, в случае  $\text{Kr}^{33+}$  с  $I_p \approx 4$  кэВ = 146 ат. ед. –  $J_* \approx 2 \times 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>. При  $J > J_*$  в мишени практически не остается заселенных уровней с потенциалом ионизации  $I_p$ , а при интенсивностях, в 2–3 раза меньших  $J_*$ , эти уровни практически не ионизируются. С ростом длительности лазерного импульса пороговое значение интенсивности (10) уменьшается, но из-за нелинейной зависимости скорости ионизации (3) от поля это уменьшение происходит достаточно медленно.

Отсюда следует, что с точки зрения возможности экспериментального измерения наиболее существенно значение фактора  $R$ , взятое для потенциала ионизации, связанного с интенсивностью лазерной волны соотношением (10). Обратив его, получим нерелятивистскую оценку для потенциала ионизации уровня, населенность которого истощается при заданной интенсивности. Так, для  $J \approx 10^{25}$  Вт/см<sup>2</sup>, что соответствует предельным значениям интенсивностей, достижение которых ожидается на лазерных установках 100-петаваттного уровня [18], получим из (10), что туннельная ионизация должна приводить к опустошению всех уровней с потенциалами ионизации вплоть до  $I_p \approx 66$  кэВ. При этом  $\epsilon \approx 0.87$  (7), и релятивистские эффекты остаются достаточно слабыми, а вероятность ионизации можно оценивать по нерелятивистской формуле (3), в которой учтено относительно малое изменение потенциала ионизации, возникающее за счет релятивистских поправок. В этом приближении фактор  $R$  в (6) можно представить в следующем виде:

$$R \approx \exp\left(\alpha \frac{\sqrt{I_p}}{c} + \beta \frac{I_p}{c^2}\right). \quad (11)$$

Здесь безразмерные коэффициенты

$$\alpha = 2\sqrt{2}(g_1 M_1 - g_2 M_2), \quad \beta = \frac{4}{9} \frac{(2I_p)^{3/2}}{E_0} \quad (12)$$

определяют вклады в изменение вероятности туннелирования от зеemanовского сдвига и искривления подбарьер-

ной траектории соответственно. Формально два слагаемых в показателе экспоненты (11) представляют собой первые члены разложения действия по малому параметру  $\sqrt{I_p}/c \approx v/c$ , хотя первое из них возникает вследствие сдвига уровня, вычисляемого в рамках нерелятивистской квантовой механики. Для водородоподобных ионов с зарядом ядра  $Z \approx 70$  отношение  $\sqrt{I_p}/c$  составляет  $\sim 0.35$ , так что разложение (11) работает с хорошей точностью. Коэффициенты (12) заметно различаются по величине, поэтому для корректной оценки изменения скорости ионизации необходимо удержание обоих членов разложения. Действительно, для глубоких уровней фактор Ланде обычно не превышает 2,  $M_1 = 3/2$  либо  $1/2$ . Это дает верхнюю оценку  $\alpha_{\max} = 5$ . Второй коэффициент может быть представлен в виде  $\beta = 4/(9F)$  (см. (5)). В зависимости от значения эффективного главного квантового числа  $\nu$  полное истощение уровня достигается при  $F = 0.03 - 0.05$  [22]. Отсюда получаем  $\beta_{\max} = 15$ . Используя эти величины, можем оценить значения потенциала ионизации, при которых фактор  $R$  начинает существенно отклоняться от единицы. Такая оценка дает  $I_p^\alpha \approx 0.04c^2 \approx 20$  кэВ и  $I_p^\beta \approx 0.07c^2 \approx 35$  кэВ, соответствующие интенсивностям  $J_*^\alpha \approx 2.8 \times 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup> и  $J_*^\beta \approx 1.5 \times 10^{24}$  Вт/см<sup>2</sup>. При таких интенсивностях фактор  $R$  отличается от единицы в  $e = 2.718\dots$  раз. Для надежного детектирования отклонения скоростей ионизации от их нерелятивистских значений, по видимому, необходимо достигнуть  $R = 10 - 100$ , что требует интенсивности  $\sim 10^{25}$  Вт/см<sup>2</sup>.

В качестве примера, иллюстрирующего отклонение скорости образования многозарядных ионов от предсказаний формулы (3), не учитывающей сдвиг уровней и релятивистские эффекты, рассмотрим ионизацию водородоподобного молибдена  $\text{Mo}^{41+}$  и иона  $\text{U}^{86+}$  с электронной конфигурацией  $1s^2 2s^2 2p^2$ . Потенциалы ионизации этих ионов близки и составляют около 24 кэВ. Истощение уровней вследствие туннельной ионизации должно происходить при интенсивности  $J \approx 5 \times 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup>. Для этих параметров второе слагаемое в показателе экспоненты в (11) мало. Первое слагаемое близко к нулю в случае молибдена (см. обсуждение выше, обзор [7] и работу [21]) и достигает 0.9 в случае урана, что приводит к увеличению вероятности ионизации приблизительно в 2.5 раза. Таким образом, в эксперименте по ионизации разреженной смеси паров молибдена и урана или их летучих соединений отношение числа ионов  $\text{U}^{87+}$  к числу полностью ионизованных ядер  $\text{Mo}^{42+}$  должно оказаться в 2–3 раза больше, чем этого можно было бы ожидать, используя формулы (3), (4) для вероятности ионизации.

Уточним постановку возможного эксперимента. Из-за сильно нелинейной зависимости скорости ионизации от интенсивности лазерной волны, а также потому, что точное значение интенсивности и ее пространственное распределение в лазерном фокусе неизвестны, измерение выхода ионов заданной кратности  $K$  должно проводиться многократно при плавном изменении энергии  $W$  или мощности лазерного импульса  $P$ . В результате такого эксперимента регистрируются кривые выхода ионов  $N^{K+}(P)$ , причем абсолютные значения мощности  $P$ , как правило, известны только приближенно, но значения  $P_i$  в различных импульсах могут быть упорядочены по возрастанию или убыванию. Подобные кривые выхода ионов, измеренные в эксперименте или рассчитанные путем решения скоростных уравнений с вероятностями (3) и с последующим усреднением по фокальной области, при-

водятся, в частности, в работах [23–25]. Все они обладают следующей характерной особенностью: ионы определенной кратности начинают регистрироваться с ростом мощности лазерного излучения, и вблизи порога  $P^*$  их образования выход ионов  $N^{K^+}(P - P^*)$  резко растет с увеличением  $P - P^*$ . В этом случае ионы максимальной кратности образуются только в центральной части фокального пятна в условиях еще не достигнутого насыщения. Именно на этом участке кривой выхода ионов нужно ожидать проявления описанного выше эффекта отклонения скорости ионизации от нерелятивистских значений. С дальнейшим ростом мощности эффект насыщения начинает играть существенную роль, и увеличение выхода ионов происходит за счет роста эффективного объема фокуса. Кривые  $N^{K^+}(P - P^*)$  становятся при этом более пологими [23–25].

#### 4. Заключение

Представленные результаты указывают на возможность наблюдения релятивистского туннельного эффекта при интенсивности лазерного излучения  $\sim 2 \times 10^{23}$  Вт/см<sup>2</sup> и более. Возможный алгоритм поиска проявлений релятивистских эффектов в туннелировании состоит в том, чтобы при ионизации разреженных атомарных или молекулярных пучков лазерным излучением экстремальной интенсивности измерять вблизи порогового  $P^*$  значения мощности лазерного импульса отношение количеств образующихся ионов элементов, имеющих близкие потенциалы ионизации, но различные электронные конфигурации. Кратные отклонения этих отношений от предсказываемых в рамках нерелятивистской теории туннелирования будут следствием релятивистских эффектов, связанных со сдвигом уровней и искривлением подбарьерной траектории электрона в магнитном поле лазерной волны.

Автор признателен Д.И.Тюрину за помощь в оформлении материала. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00077).

1. Воронов Г.С., Делоне Н.Б. *Письма в ЖЭТФ*, **1**, 42 (1965) [*JETP Lett.*, **1**, 42 (1965)].
2. Келдыш Л.В. *ЖЭТФ*, **47**, 1945 (1964) [*Sov. Phys. – JETP*, **20**, 1307 (1965)].
3. Никишов А.И., Ритус В.И. *ЖЭТФ*, **50**, 255 (1966) [*Sov. Phys. – JETP*, **23**, 168 (1966)].
4. Переломов А.М., Попов В.С., Тереньев М.В. *ЖЭТФ*, **50**, 1393 (1966) [*Sov. Phys. – JETP*, **23**, 924 (1966)].
5. Переломов А.М., Попов В.С., Тереньев М.В. *ЖЭТФ*, **51**, 309 (1966) [*Sov. Phys. – JETP*, **24**, 207 (1967)].
6. Переломов А.М., Попов В.С. *ЖЭТФ*, **52**, 514 (1967) [*Sov. Phys. – JETP*, **25**, 336 (1967)].
7. Попов В.С. *УФН*, **174**, 921 (2004) [*Phys. Usp.*, **47**, 855 (2004)].
8. Krausz F., Ivanov M. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
9. Popruzhenko S.V. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **47**, 204001 (2014).
10. Карнаков Б.М., Мур В.Д., Попруженко С.В., Попов В.С. *УФН*, **185**, 3 (2015) [*Phys. Usp.*, **58**, 3 (2015)].
11. Becker W., Goreslavski S.P., Milosevic D.B., Paulus G.G. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **51**, 162002 (2018).
12. Goreslavsky S.P., Narozhny N.B. *J. Nonlinear Opt. Phys. Mat.*, **4**, 799 (1995).
13. Goreslavsky S.P., Narozhny N.B., Yakovlev V.P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 1752 (1989).
14. Попруженко С.В., Калымбетов Е.Б. *Квантовая электроника*, **51**, 801 (2021) [*Quantum Electron.*, **51**, 801 (2021)].
15. Di Piazza A., Müller C., Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H. *Rev. Mod. Phys.*, **84**, 1177 (2012).
16. Попов В.С., Мур В.Д., Карнаков Б.М. *Письма в ЖЭТФ*, **66**, 213 (1997) [*JETP Lett.*, **66**, 229 (1997)].
17. Мур В.Д., Карнаков Б.М., Попов В.С. *ЖЭТФ*, **114**, 798 (1998) [*JETP*, **87**, 433 (1998)].
18. Bashinov A.V., Gonoskov A.A., Kim A.V., Mourou G., Sergeev A.M. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **223**, 1105 (2014).
19. Попов В.С. *Ядерная физика*, **68**, 686 (2005) [*Phys. At. Nuclei*, **68**, 686 (2005)].
20. Breit G. *Nature*, **122**, 649 (1928).
21. Попов В.С., Карнаков Б.М., Мур В.Д. *Письма в ЖЭТФ*, **79**, 320 (2004) [*JETP Lett.*, **93**, 238 (2011)].
22. Ciappina M.F., Popruzhenko S.V., Bulanov S.V., Ditmire T., Korn G., Weber S. *Phys. Rev. A*, **99**, 043405 (2019).
23. Yamakawa K., Akahane Y., Fukuda Y., et al. *Phys. Rev. A*, **68**, 065403 (2003).
24. Link A., Chowdhury E.A., Morrison J.T., et al. *Rev. Sci. Instrum.*, **77**, 10E723 (2006).
25. Ciappina M.F., Peganov E.E., Popruzhenko S.V. *Matter Radiat. Extremes*, **5**, 044401 (2020).