Рентгеноспектральная диагностика сверхсильных магнитных полей в ультрарелятивистской лазерной плазме

С.Н.Рязанцев, С.А.Пикуз, Ф.А.Корнеев

Под действием лазерного излучения ультрарелятивистской интенсивности на микроструктурированные мишени может формироваться вещество в экстремальном состоянии – с плотностью, близкой к твердотельной, и сверхсильными магнитными полями. Экспериментальная диагностика таких полей оптическими методами оказывается невозможной в силу высокой плотности и самоизлучения плазмы, поэтому более актуальными становятся рентгеноспектральные методы. В работе рассмотрены особенности методики такой диагностики сверхсильных магнитных полей, основанной на анализе формы профилей спектральных линий, испускаемых многозарядными ионами плазмы. В качестве примера рассмотрены мишени со структурой, сформированной регулярными столбиками вещества микронного размера, облучаемые лазерными импульсами с параметрами, соответствующими импульсам перспективной строящейся установки XCELS.

Ключевые слова: ультрарелятивистская лазерная плазма, сверхсильные магнитные поля, микроструктурированные мишени, рентгеноспектральные методы диагностики.

1. Введение

Современные методы диагностики позволяют получать данные о состоянии плазмы (в том числе о степени ионизации, температуре, плотности, составе) как в микроскопических системах, соответствующих масштабам лазерной лаборатории, так и в астрофизических объектах, находящихся на огромном расстоянии от наблюдателя. Прогресс, достигнутый к настоящему моменту в генерации сильных и сверхсильных магнитных полей в лаборатории, позволяет проводить моделирование состояний плазмы, допускающих их масштабирование к состояниям в астрофизических объектах, в которых магнитное поле играет ключевую роль. Так, например, в работах [1, 2] показано, что под влиянием магнитного поля существенно меняется геометрия разлета плазмы вместо сферически симметричного расширения из плазмы формируется коллимированной поток, гидродинамически подобный объектам типа Хербига-Аро [3]. Наличие сильных магнитных полей в плазме диктует необходимость разработки и верификации новых методов её диагностики (см., напр., [4]). Результаты соответствующих лабораторных исследований, в свою очередь, могут быть использованы для анализа состояний реальных астрофизических объектов, например компактных объектов, характеризующихся наличием сильнозамагниченной плазменной короны.

e-mail: ryazantsev.serj@gmail.com, spikuz@gmail.com

Ф.А.Корнеев. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: korneev@theor.mephi.ru

Поступила в редакцию 30 ноября 2022 г.

В настоящее время предложения, направленные на получение сильнозамагниченной лабораторной плазмы с помощью лазерного излучения, основываются в основном либо на генерации сильных разрядных токов непосредственно вблизи области взаимодействия, когда расширяющаяся поверхностная плазма оказывается в сильном магнитном поле и выносит вмороженный магнитный поток в объём мишени (см., напр., [5, 6]), либо на формировании потоков заряженных частиц в малоплотной оптически прозрачной плазме [7-10]. Другие разработанные методы генерации магнитных полей, как правило, направлены на создание магнитных полей в вакууме [11] либо в холодном непроводящем веществе [12]. Однако схемы, направленные на получение вакуумных магнитных полей, не подходят для исследования горячей плазмы в магнитном поле, поскольку горячая плазма с высокой электропроводностью не проникает в область сильного поля. Схемы, в которых осуществляется расширение горячей плазмы с вмороженным магнитным полем, представляют интерес для таких исследований, однако относительно низкая плотность образованной плазмы может усложнить задачи диагностики, в частности из-за достаточно малой интенсивности спектральных сигналов.

Привлекательным в этой связи представляется подход, связанный с использованием микроструктурированных мишеней (см., напр., [13–16]). Такие мишени характеризуются высокой степенью поглощения энергии лазерного излучения, что приводит к генерации мощных разрядных токов и приповерхностных магнитных полей, при этом плотность образованной горячей плазмы оказывается всего в несколько раз меньше твердотельной. Излучение такой плазмы обладает рядом характерных особенностей. Так, например, существенно уширенными оказываются спектральные линии, испускаемые многозарядными ионами, составляющими плазму. Под действием внутриплазменных электрических и магнитных полей их энергетические уровни расщепляются за счет эффектов Штарка и Зеемана. В результате вместо одной спек-

С.Н.Рязанцев, С.А.Пикуз. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31;



Рис.1. Расположение и форма *L*-провалов на профиле спектральной линии; λ₀ – длина волны перехода между энергетическими состояниями иона, обуславливающего высвечивание рассматриваемой спектральной линии.

тральной линии, соответствующей какому-то конкретному атомному переходу, спектр плазмы содержит набор спектральных компонент. Каждая из них соответствует своей величине расщепления уровней, между которыми происходит переход. Следует отметить, что этот набор не является дискретным в силу непрерывности и неоднородности пространственного распределения внутриплазменных электромагнитных полей, поэтому спектральные компоненты становятся неразрешаемыми и формируют единый профиль линии, ширина которого определяется напряженностью поля. В случае эффекта Штарка речь идет о самосогласованном электрическом поле, формируемом в данной точке окружающими заряженными частицами. Его величина напрямую зависит от электронной плотности плазмы, что позволяет использовать ширину профиля спектральных линий в качестве диагностического инструмента.

Для данной плотности плазмы существует максимальное значение ширины рассматриваемой линии, которое может быть объяснено влиянием эффекта Штарка. Наблюдение превышения этого значения в эксперименте означает наличие дополнительных факторов, влияющих на профиль линии, в частности магнитного поля. Тем не менее однозначно разделить вклады в ширину линии эффектов Штарка и Зеемана не представляется возможным, что вносит неоднозначность в результаты диагностики. Во избежание этого для определения величины поля предлагается использовать методику, основанную на феномене существования набора локальных особенностей в штарковских профилях линий водородоподобных ионов в виде совокупности одного локального минимума и двух максимумов, обычно называемых *L*-провалами [17].

Пространственная неоднородность внутриплазменного электрического поля обуславливает возможность существования в плазме фракции ионов, для которой величина штарковского расщепления ω_s совпадает с частотой ленгмюровских колебаний плазмы ω_{pe} . Реализация этого условия проявляется в виде локальных особенностей (далее *L*-провалы) в профилях спектральных линий. Положения локальных минимумов *L*-провалов равноудалены от некоторой центральной длины волны, причем величина этого удаления должна определяться электронной плотностью плазмы. В общем случае положение центра симметрии *L*-провалов не совпадает с центральной (невозмущённой) длиной волны λ_0 и смещено от нее в длинноволновую область на некое значение *S_i* (рис.1). В работе [17] теоретически показано, что отношение смещений $\chi = S_1/S_2$ для различных пар *L*-провалов зависит от индукции магнитного поля **B**, генерируемого в плазме. Таким образом, анализ положения *L*-провалов позволяет одновременно определять как электронную плотность плазмы, так и индукцию созданных в плазме магнитных полей.

2. Предлагаемая схема эксперимента

Для генерации сильнозамагниченной плазмы и последующего исследования её спектральных свойств предлагается использовать мишень, представляющую собой набор вертикальных столбиков либо пластинок, расположенных на основании из того же материала. Толщины столбиков и пластинок равны примерно длине волны лазерного излучения, а высоты – нескольким десяткам микрон. Облучение структуры может осуществляться под разными углами к поверхности основания для определения наиболее эффективной схемы облучения конкретной мишени. В качестве примера на рис.2,*а* рассмотрена мишень с диаметрами столбиков 0.5 мкм и расстоянием между ними 1 мкм.

Под действием лазерного излучения в области взаимодействия за несколько фемтосекунд происходит интенсивный разогрев вещества, в первую очередь электронов, которые частично покидают мишень, создавая нескомпенсированный положительный заряд и соответствующий потенциал. Поскольку время, необходимое для смещения ионов, составляет, по крайней мере, сотни фемтосекунд, в область положительного заряда устремляются холодные электроны из основания мишени, создавая на поверхности столбиков или пластинок мощные разрядные токи и соответствующие магнитные поля. Вследствие низкой исходной температуры и большой плотности разрядных электронов в области возбуждённых таким образом сильных магнитных полей они оказываются в заметной степени замагниченными. Дальнейшая эволюция системы заключается в прогреве столбиков и в переходе области, расположенной в окрестности фокального пятна, в состояние горячей плазмы с вмороженным магнитным полем. Таким образом, основная часть эксперимента состоит в облучении мишени лазерным пучком с заданными параметрами и допускает как свободу в выборе геометрии облучения, так и возможность модификации самой схемы.

Полученная в результате облучения компактная плазма распадается за времена порядка времени гидродинамического разлёта нагретого вещества, лежащего в диапазоне нескольких десятков-сотен пикосекунд. В течение времени жизни плазмы её можно диагностировать с помощью спектроскопических и оптических методов, а также протонной радиографии, что подразумевает необходимость расположения соответствующих дополнительных элементов в мишенной камере.

Для уверенной регистрации феномена *L*-провалов в профиле рентгеновской спектральной линии необходимо использовать спектрографы с высоким разрешением, поскольку ширины *L*-провалов (расстояния между локаль-



Рис.2. Схема взаимодействия лазерного импульса с мишенью (*a*) и этапы процесса облучения мишени: показано изменение компоненты B_z напряженности магнитного поля в плоскости (*xy*) при z = 3.9 мкм в различные моменты времени τ ($\delta - z$).

ными максимумами, см. рис.1) исчисляются единицами миллиангстремов. Это означает, что для их надёжной регистрации и идентификации на спектре требуется измерительное оборудование с характерным спектральным разрешением $\lambda/\delta\lambda \ge 10^3$. Такие значения могут быть достигнуты, например, с использованием фокусирующих спектрометров с пространственным разрешением (ФСПР) на базе сферически изогнутых кристаллов [18], способных обеспечить разрешение до 10^4 в диапазоне длин волн 0.5-20 Å (0.5-25 кэВ).

3. Моделирование эксперимента

В настоящее время существуют достаточно эффективные способы (например, при помощи плазменных зеркал) повышения временного контраста лазерных импульсов до уровня 10¹⁰ и выше. Это обеспечивает условия, при которых основная энергия лазерного импульса поглощается в невозмущенном предымпульсами веществе мишени. В результате образуется плазма, плотность которой не более чем на порядок ниже твердотельной [19] и составляет $10^{22}-10^{23}$ см⁻³. На установке XCELS вполне реализуемы такие же экспериментальные условия, при которых, как следует из моделирования (рис.3, 4), можно ожидать образования магнитных полей с напряженностью порядка 10-100 кТл.

Для примера мы рассмотрели облучение нескольких мишеней лазерным импульсом, соответствующим одному пучку установки XCELS. Взаимодействие лазерного импульса XCELS с микроструктурированными мишенями моделировалось с помощью кода типа частица-в-ячейке. Для моделирования использовался открытый код Smilei [20]. Были рассмотрены три мишени при сходной геометрии облучения: две мишени (1 и 2) из золота, плотность которого в расчёте была снижена в пять раз для уменьшения вычислительных затрат, и одна мишень (3) из кремния. Мишени 1 и 3 имеют вид, показанный на рис.2,*a*, там же схематично представлен падающий лазер-



Рис.3. Распределения амплитуд напряженности магнитного поля B_z мишеней типов 1, 2 и 3 после окончания действия лазерного импульса ($\tau = 0.3$ пс) в плоскости (xy) при z = 3.9 мкм. Напряженность магнитного поля в максимуме достигает 100 кТл и лишь на несколько процентов отличается для мишеней различных типов.

ный импульс. Геометрия мишени 2 отличалась от геометрии мишеней 1 и 3 тем, что вместо столбиков структура содержала пластинки в направлении оси y, а в проекции xz мишени выглядели одинаково. Толщины столбиков и пластин составляли 0.5 мкм, расстояние между ними равнялось 1 мкм. Интенсивность лазерного импульса определялась для энергии 250 Дж, длины волны 0.91 мкм, длительности 25 фс и диаметра пятна фокусировки 10 мкм. В расчёте импульс данной интенсивности фокусировался в пятно размером около 5 мкм (рис.2). При указанных параметрах интенсивность составляла 5×10^{22} Вт/см². Следует отметить, что при таких значениях интенсивностей величина пондеромоторного потенциала будет существенно превышать уровень, достигаемый в современных типовых экспериментах, а электронная температура может составлять десятки килоэлектронвольт. Пространственное разрешение при расчетах равнялось примерно 0.025 мкм, в одной ячейке было 8 электронов и 1 ион. Моделировался только процесс генерации замагниченной плазмы и магнитных полей, а процессы диагностики не моделировались. Результаты моделирования облучения мишени лазерным импульсом представлены на рис.2-4.

4. Результаты анализа и моделирования

Схема облучения мишени показана на рис.2, а, стадии взаимодействия лазерного импульса с мишенью - на рис.2, б-г. Первый этап взаимодействия проиллюстрирован с помощью компоненты магнитного поля B_z , направленной вдоль оси z. Эта компонента существенна и в лазерном импульсе, и в сформированном в процессе взаимодействия спонтанном квазистационарном поле. В первые десятки фемтосекунд (т = 0.075 пс) достигший мишени лазерный импульс (рис.2,б) распространяется с учётом сложных граничных условий, сформированных микроструктурой. На этом этапе электроны только начинают нагреваться, разрядные токи и магнитные поля ещё не возбуждены. Далее, в момент времени $\tau = 0.1$ пс, основная часть импульса уже проходит через область, занятую микроструктурой (рис.2, в). В это время уже существенны магнитные поля, которые, как видно из рисунка, имеют сильно нестационарную природу. Когда импульс полностью минует мишень (т = 0.125 пс), образуется сильнозамагниченная горячая плазма (рис.2,*г*), которая в дальнейшем релаксирует на гидродинамических масштабах времени. При этом напряженности магнитных полей достигают уровня в несколько сотен килотесла при электронной плотности на один-два порядка меньше исходной твердотельной плотности.

В мишенях обеих конструкций взаимодействие происходит схожим образом – наблюдаемые в расчётах значения магнитных полей оказываются одного порядка (рис.3). Отметим, что, согласно проведённым расчётам (рис.3), магнитные поля оказываются сильнее в золотых мишенях с пластинками (тип 2), чем в мишенях со столбиками (тип 1). В кремниевой мишени (тип 3) напряженность магнитного поля оказалась на несколько процентов меньше, чем в золотой мишени (тип 1), что связано, по-видимому, с меньшей электронной плотностью кремниевой мишени.

Эволюция системы на более поздних временах для золотой мишени (тип 1) представлена на рис.4. Распределение плотности электрического тока в момент времени $\tau = 0.35$ пс показано на рис.4,*а*. Видно, что, в соответствии с результатами расчёта, электрический ток формирует замкнутые петли, отвечающие определённому направлению магнитных полей, показанных на рис.4, в. Представление о том, что поле вокруг столбиков обладает довольно сложной структурой, связанной, очевидно, с исходной геометрией мишени, дает рис.4,б. На самых поздних временах расчёта (т = 0.5 пс) напряженность магнитного поля достигает нескольких десятков килотесла, а электронная плотность в самой горячей области – порядка $10^{22} - 10^{23}$ см⁻³. Данное состояние плазмы имеет характерное время жизни порядка нескольких пикосекунд, а её дальнейшая релаксация с уменьшением величины магнитных полей и электронной плотности происходит на временах в десятки и сотни пикосекунд.

Такие временные масштабы эволюции магнитного поля наилучшим образом соответствует характерным временам существования в плотной плазме ионов высоких кратностей ионизации, наблюдение излучательных переходов в которых является задачей данного исследования. Так, времена выхода на максимальную заселенность Н-подобных ионов меди составляет ~1 пс, что соответствует времени достижения магнитным полем максимальной напряженности.





Рис.4. Распределения плотности электрического тока J_z в момент времени $\tau = 0.35$ пс в плоскости (*xy*) при z = 3.9 мкм (*a*); компоненты магнитного поля B_y в сечении (*xz*) при y = 13.16 мкм и $\tau = 0.35$ пс (δ); компоненты B_z магнитного поля в сечении (*xy*) при z = 3.9 мкм в момент времени $\tau = 0.5$ пс (ϵ) и электронной плотности n_e в сечении (*xy*) при z = 3.9 мкм и $\tau = 0.5$ пс. Показаны результаты расчёта для мишени типа 1.

5. Требования к эксперименту, его риски и «узкие места»

Одной из наиболее существенных особенностей предлагаемого эксперимента является необходимость аккуратного приготовления мишеней. Современные технологии на основе литографии, травления и 3D печати позволяют получать мишени с требуемыми параметрами (см., напр., [21–23]). Для конкретного исследования могут понадобиться мишени из различных материалов либо с напылением различных материалов на их поверхности. Сами мишени должны быть выполнены с микронной точностью, при этом их полный размер должен составлять по крайней мере несколько микрон, а лучше – десятки микрон, для обеспечения эффективного взаимодействия с лазерным излучением.

В зависимости от требуемых параметров плазмы и имеющихся в наличии мишеней может возникнуть необходимость использования нескольких импульсов, одновременно облучающих одну мишень. Поскольку за время длительности импульса ионы мишени не успевают существенно сдвинуться, то при кратном увеличении вложенной энергии за то же время можно ожидать пропорционального роста энергии магнитных полей и частиц. В этом случае необходима пространственно-временная синхронизация нужного количества пучков. Кроме того, необходима система диагностики области фокуса для визуализации его положения на мишени.

Кристаллические спектрометры, обеспечивающие высокое спектральное разрешение, обычно характеризуются сравнительно узким диапазоном регистрации. Он ограничивается как межплоскостным расстоянием кристаллической решетки диспергирующего кристалла, так и размерами его отражающей поверхности. Например, при использовании кристалла кварца можно наблюдать только излучение с длиной волны в диапазоне 2 Å $\leq \lambda \leq$ 8.5 Å (1.45 кэВ $\leq E \leq$ 6.2 кэВ) в зависимости от кристаллографической плоскости, вдоль которой кристалл вырезан. Обзорность (ширина диапазона наблюдения) при этом не будет превышать 1.5 Å, в связи с чем материал

мишени должен быть выбран таким, чтобы длины волн атомных переходов попадали в указанный диапазон. Наибольший интерес с точки зрения диагностики представляют спектральные линии, обусловленные переходами между уровнями с главными квантовыми числами *n* > 1 (серии Бальмера, Пашена и т. д). Во-первых, это обусловлено тем, что штарковское расщепление основного (n = 1) состояния не происходит, а во-вторых, величина расщепления зависит от *n*. При интенсивностях, которые предположительно будут достигаться на установке XCELS, вполне можно ожидать высокую концентрацию Н-подобных ионов в плазме, образующейся даже при облучении мишеней из относительно тяжелых элементов, например меди. Это позволит наблюдать L-провалы на профилях линий Ва_а и Ва_в бальмеровской серии Н-подобных ионов меди, длины волн которых составляют соответственно ~7.7 и ~5.7 Å. Для элементов легче Ar длины волн спектральных линий переходов на уровни с n > 1 лежат вне диапазона регистрации ФСПР и аналогичных кристаллических спектрометров. Тем не менее для ионов элементов вплоть до O сохраняется возможность наблюдения двух пар L-провалов на профилях линий серии Лаймана, начиная с Ly_{β} (переход 3p \rightarrow 1s). Для еще более легких элементов (азот и легче) длины волн линий этой серии лежат за пределами диапазона регистрации.

Для диагностики магнитных полей, наряду со спектроскопией может быть использована протонная радиография, реализации которой требует разработки надёжного источника диагностических ионов (протонов). Этот источник может быть создан с использованием других доступных лазерных пучков установки. При возможности предпочтительно использование томографической протонной радиографии, т.е. зондирование по нескольким направлениям одновременно. В зависимости от геометрии возбуждения для получения данных на разных этапах взаимодействия требуется возможность регулируемой временной задержки между основным и диагностическими пучками порядка нескольких сотен пикосекунд. Поскольку при достаточно сильных магнитных полях отклонения диагностических протонов могут быть достаточно велики, то может возникнуть необходимость размещать стопку радиохромных пленок достаточно близко к мишени, что может приводить к их паразитной засветке электронами и высокоэнергетическим излучением. По этой причине для диагностики необходимо использовать протоны с достаточно высокой энергией.

6. Заключение

Параметры проектируемой сверхмощной лазерной установки XCELS обеспечивают условия для генерации и исследований сильнозамагниченной горячей плотной плазмы при интенсивностях лазерного поля порядка $10^{22}-10^{23}$ Вт/см². Рассмотренные микроструктурированные мишени обладают способностью эффективного поглощения лазерного излучения, что, согласно приведённым расчётам, приводит к генерации сильных разрядных токов и магнитных полей напряженностью до десятков тысяч тесла. Столь высокая напряженность магнитного

поля будет проявляться в модификации рентгеновских спектральных линий излучения плазмы. Регистрация отдельных спектральных особенностей в профиле спектральных линий (*L*-провалов) позволит проводить диагностику параметров сильнозамагниченной ультрарелятивистской лазерной плазмы и измерять напряженности поля в наиболее интересные моменты времени, соответствующие экстремальным параметрам плазмы, в единицы пикосекунд после воздействия лазерного импульса.

Авторы выражают благодарность Межведомственному суперкомпьютерному центру РАН и Высокопроизводительному вычислительному центру НИЯУ МИФИ за предоставленные вычислительные ресурсы. С.Н.Рязанцев и С.А.Пикуз благодарят за поддержку Министерство науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-15-2021-1361).

- Higginson D.P., Revet G., Khiar B., Béard J., Blecher M., Borghesi M., Burdonov K., Chen S.N., Filippov E., Khaghani D., Naughton K., Pépin H., Pikuz S., Portugall O., Riconda C., Riquier R., Ryazantsev S.N., Skobelev I.Y., Soloviev A., et al. *High Energy Density Phys.*, 23, 48 (2017).
- Revet G., Khiar B., Filippov E., Argiroffi C., Béard J., Bonito R., Cerchez M., Chen S.N., Gangolf T., Higginson D.P., Mignone A., Olmi B., Ouillé M., Ryazantsev S.N., Skobelev I.Y., Safronova M.I., Starodubtsev M., Vinci T., Willi O., et al. *Nature Commun.*, 12 (1) 762 (2021).
- Reipurth B., Heathcote S. 50 Years of Herbig-Haro Research // Herbig-Haro Flows and the Birth of Low Mass Stars (Dordrecht: Springer Netherlands, 1997, p. 3–18).
- Ryazantsev S.N., Skobelev I.Yu., Faenov A.Ya., Grum-Grzhimailo A.N., Pikuz T.A., Pikuz S.A. Plasma Phys. Rep., 43 (4), 480 (2017).
- Korneev Ph., d'Humieres E., Tikhonchuk V. Phys. Rev. E, 91, 043107 (2015).
- Law K.F.F., Abe Y., Morace A., et al. *Phys. Rev. E*, **102**, 033202 (2020).
- Liseykina T.V., Popruzhenko S.V, Macchi A. New J. Phys., 18, 072001 (2016).
- 8. Longman A., Fedosejevs R. Phys. Rev. Res., 3, 043180 (2021).
- 9. Nuter R., Korneev Ph., Thiele I., Tikhonchuk V. *Phys. Rev. E*, **98**, 033211 (2018).
- Flacco A., Vieira J., Lifschitz A., Sylla F., Kahaly S., Veltcheva M., Silva L.O. *Nature Phys.*, 11, 409 (2015).
- 11. Santos J.J. et al. New J. Phys., 17, 083051 (2015).
- 12. Bailly-Grandvaux M. et al. Nature Commun., 9, 102 (2018).
- 13. Ivanov K.A. et al. Appl. Phys. B: Lasers Opt., 123, 252 (2017).
- 14. Lübcke A. et al. Sci. Reports, 7, 1 (2017).
- 15. Jiang S. et al. Phys. Rev. Lett., 116 (8), 1 (2016).
- 16. Lécz Z., Andreev A. New J. Phys., 20 (3), 033010 (2018).
- 17. Oks E. et al. Opt. Express, 25, 1958 (2017).
- 18. Faenov A.Y. et al. Phys. Scr., 50, 333 (1994).
- Martynenko A.S., Pikuz S.A., Skobelev I.Yu., Ryazantsev S.N., Baird C., Booth N., Doehl L., Durey P., Faenov A.Ya., Farley D., Kodama R., Lancaster K., McKenna P., Murphy C.D., Spindloe C., Pikuz T.A., Woolsey N. *Phys. Rev. E*, **101** (4), 043208 (2022).
- Derouillat J., Beck A., Pérez F., et al. Comput. Phys. Commun., 222, 351 (2018).
- Golosov E.V., Ionin A.A., Kolobov Y.R., Kudryashov S.I., Ligachev A.E., Makarov S.V., Novoselov Y.N., Seleznev L.V., Sinitsyn D.V., Sharipov A.R. *Phys. Rev. B*, 83, 115426 (2011).
- Georgobiani V.A., Gonchar K.A., Osminkina L.A., Timoshenko V.Y. Semiconductors, 49, 1025 (2015).
- Ebert T., Neumann N.W., Abel T., Schaumann G., Roth M. High Power Laser Sci. Eng., 5, e13 (2017).